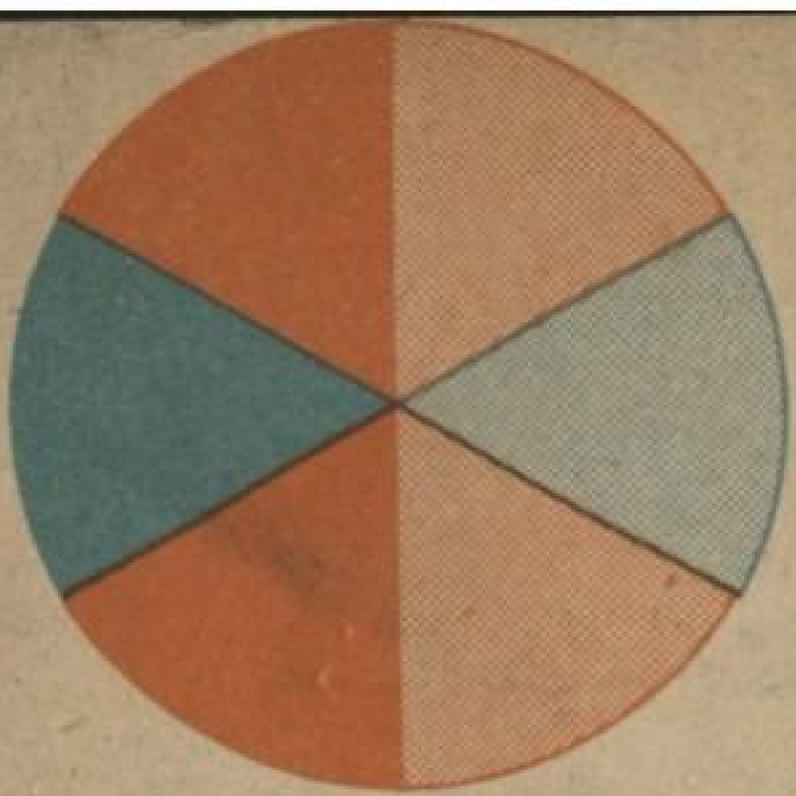
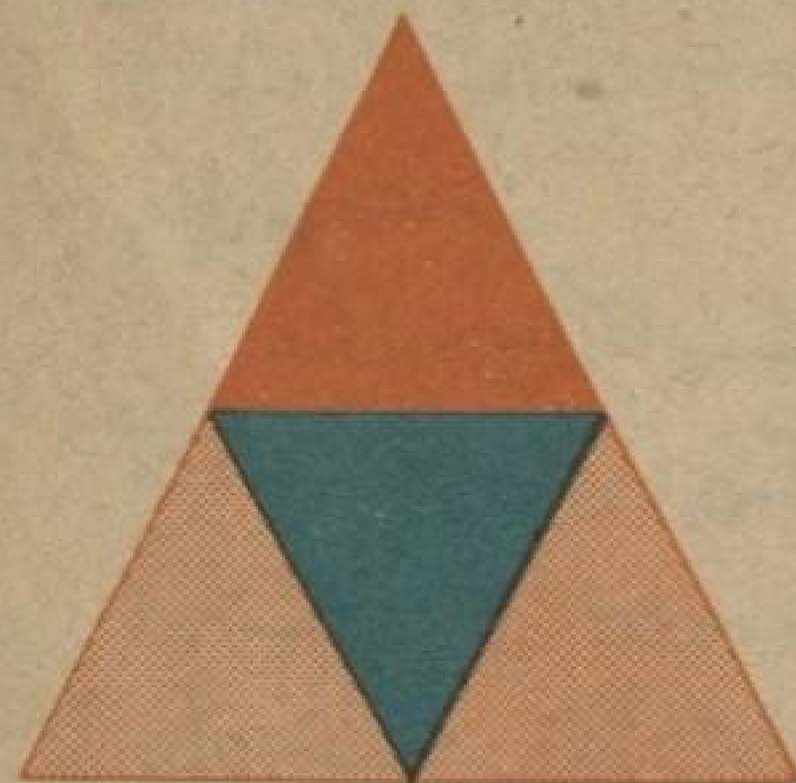
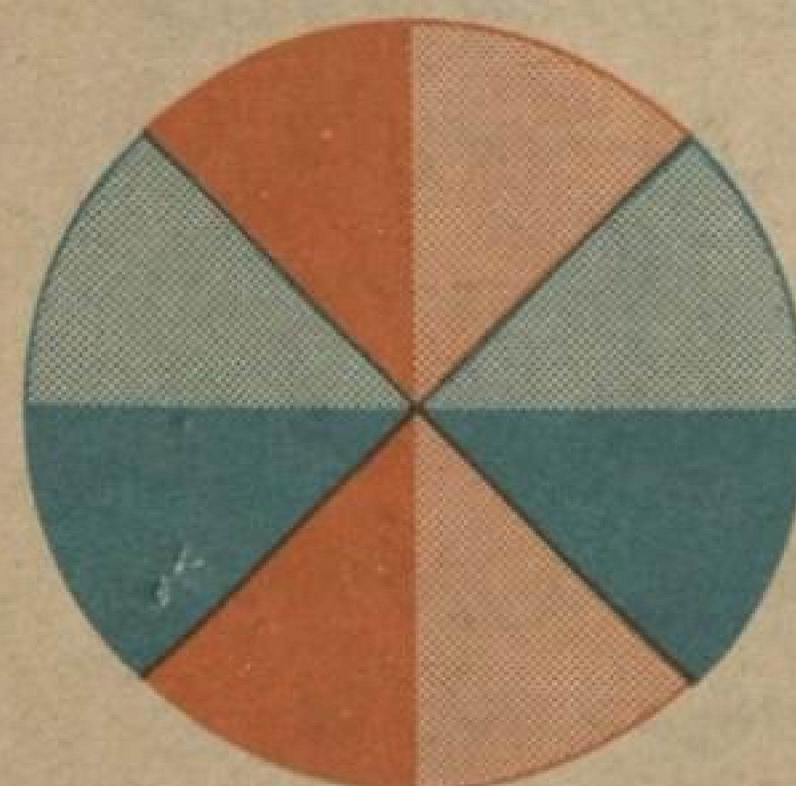
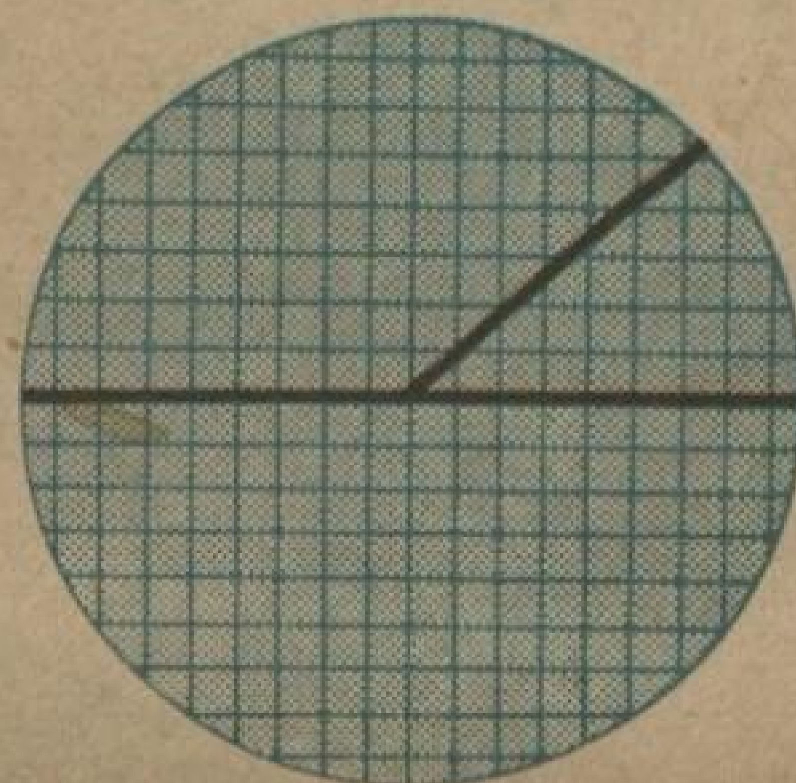





ریاضی

برائے جماعت ششم



ریاض احمد منظور احمد، انارکلی - لاہور

برائے : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

ریاضی

چھٹی جماعت کے لیے



ناشر
ریاض احمد منظور احمد
1۔ جان محمد روڈ ۔ انارکلی ۔ لاہور

برائے

پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ ، لاہور

تاریخ اشاعت	اشاعت اوّل	تعداد اشاعت
مارچ 1984	بار اوّل	80,000

فہرست

باب 1

بِسۡمِ اللّٰہِ الرَّحۡمٰنِ الرَّحِیۡمِ

سیٹ

پچھلی جماعتوں میں آپ سیٹ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں۔ ان جماعتوں میں آپ نے سیٹ کے ارکان، ایک ایک مطابقت، مترادف اور غیر مترادف سیٹوں کے مفہوم سے واقفیت حاصل کر لی ہے۔

سیٹ اور اس کے ممبران

مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں:

جیم = {2، 3، 5، 7}

اس مثال میں جیم ایک سیٹ ہے اور اعداد 2، 3، 5، 7 اس کے ارکان ہیں۔ کسی سیٹ کا رکن ہونے کے لیے علامت " $\in$ " استعمال کی جاتی ہے۔ مثلاً بجائے یہ لکھنے کے کہ "2 سیٹ جیم کا رکن ہے"۔ ہم یہ لکھیں گے

2 $\in$ جیم

اور پڑھیں گے "2 رکن ہے جیم کا"

اسی طرح 3 $\in$ جیم، 5 $\in$ جیم اور 7 $\in$ جیم کو بالترتیب یوں پڑھیں گے:

"3 رکن ہے جیم کا"، "5 رکن ہے جیم کا" اور "7 رکن ہے جیم کا"۔

کیا 1 سیٹ جیم کا رکن ہے؟ نہیں

اسے علامتی طور پر یوں ظاہر کرتے ہیں، 1 $\notin$ جیم

اور پڑھتے ہیں "1 رکن نہیں ہے جیم کا"۔

اسی طرح 4 $\notin$ جیم اور 6 $\notin$ جیم کو بالترتیب یوں پڑھیں گے:

4 رکن نہیں ہے جیم کا اور 6 رکن نہیں ہے جیم کا۔

متناہی اور غیر متناہی سیٹ

اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد محدود ہو تو اسے متناہی سیٹ کہتے ہیں۔ مثلاً

سین = { 2، 4، 6، 8، 10 }

اور لام = { 0، 1، 2، 3، ......، 1000 }

متناہی سیٹ ہیں۔

اگر کسی سیٹ کے ارکان کی تعداد غیر محدود ہو تو اسے غیر متناہی سیٹ کہتے ہیں۔ مثلاً

الف = تمام قدرتی اعداد کا سیٹ

با = تمام جفت اعداد کا سیٹ

جیم = تمام طاق اعداد کا سیٹ

غیر متناہی سیٹ ہیں۔

یاد رہے کہ ایسا صحیح عدد جو 2 پر پورا پورا تقسیم نہ ہو سکے طاق عدد کہلاتا ہے۔

مشق 1.1

1۔ اگر الف = { 2، 4، 6، ......، 20 } تو بتائیں کہ مندرجہ ذیل بیانات میں سے کون سے درست اور کون سے غلط ہیں؟

(i) $2 \in$ الف (ii) $10 \in$ الف (iii) $13 \in$ الف

(iv) $19 \in$ الف (v) $15 \notin$ الف (vi) $12 \notin$ الف

2۔ اگر لام = { 1، 2، 3، ...... } تو بتائیں کہ نیچے دیے ہوئے بیانات میں سے کونسے درست اور کون سے غلط ہیں؟

(i) $5 \in$ لام (ii) $25 \notin$ لام (iii) $100 \notin$ لام

(iv) $\frac{1}{2} \in$ لام (v) $-6 \in$ لام (vi) $-9 \notin$ لام

3۔ نیچے دیے ہوئے سیٹوں میں سے متناہی اور غیر متناہی سیٹوں کو الگ الگ کر کے لکھیں:

(i) قدرتی اعداد کا سیٹ

(ii) 1000 سے چھوٹے مکمل اعداد کا سیٹ
(iii) 100 سے چھوٹے مفرد اعداد کا سیٹ
(iv) منفی صحیح اعداد کا سیٹ
(v) الف = { 2، 4، 6، .... }
(vi) جیم = { 1، 2، 3، .... ، 1000 }

خالی سیٹ اور یونیورسل (کائناتی) سیٹ :

ابتدائی جماعتوں میں آپ خالی سیٹ کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ خالی سیٹ ایسے سیٹ کو کہتے ہیں جس میں کوئی رکن نہ ہو۔ خالی سیٹ کو عموماً علامت "$\emptyset$" سے ظاہر کرتے ہیں۔ بعض اوقات خالی سیٹ کو علامت "{ }" سے بھی ظاہر کیا جاتا ہے۔ یعنی درمیانے خطوطِ وحدانی لگا کر انھیں خالی چھوڑ دیتے ہیں۔ چونکہ خالی سیٹ میں کوئی رکن نہیں ہوتا۔ لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں کہ خالی سیٹ میں ارکان کی تعداد صفر ہوتی ہے۔

یاد رہے کہ { 0 } خالی سیٹ نہیں ہے، کیونکہ اس سیٹ میں ایک رکن عدد "0" موجود ہے۔

خالی سیٹ کے برعکس یونیورسل یا کائناتی سیٹ ہے۔ یہ ایک ایسا سیٹ ہوتا ہے، جس میں کسی زیرِ بحث مسئلہ سے تعلق رکھنے والے تمام ارکان شامل ہوتے ہیں۔ یونیورسل سیٹ کو عموماً علامت "U" سے ظاہر کرتے ہیں۔ یونیورسل سیٹ عام طور پر حسبِ ضرورت لیا جاتا ہے۔ مثلاً

اگر کسی مسئلہ میں ہمارا تعلق ہزار تک قدرتی اعداد سے ہو تو ہم
U = {1، 2، 3، ..... ، 1000 } کو یونیورسل سیٹ لیں گے لیکن اگر کسی اور مسئلہ میں ہمارا واسطہ صرف دس تک قدرتی اعداد سے ہو تو U = {1، 2، 3، .... ، 10 } کو یونیورسل سیٹ لیا جائے گا۔

ایک ایک مطابقت اور مترادف سیٹ :

نیچے دو سیٹ دیے ہوئے ہیں :

الف = {1، 3، 5، 7} اور با = {2، 4، 6، 8}

اب ہم الف اور با کے ارکان کے باہم اس طرح جوڑے بنانا چاہتے ہیں کہ الف اور با کا ہر رکن ایک اور صرف ایک دفعہ استعمال ہو۔ جوڑے بنانے کی مختلف صورتیں ہیں۔ جوڑے بنانے کے اس عمل کو علامت '⟷' سے ظاہر کیا گیا ہے :

1⟷2، 3⟷4، 5⟷6، 7⟷8

ہم دیکھتے ہیں کہ الف اور با کے ارکان کے مکمل جوڑے بن گئے ہیں۔ کیا جوڑے بنانے کے بعد سیٹ الف میں کوئی رکن باقی بچا ہے ؟ "نہیں"۔ کیا سیٹ با میں کوئی رکن باقی بچا ہے؟ "نہیں"۔ ہم سیٹ الف اور سیٹ با کے ارکان کے یوں بھی جوڑے بنا سکتے ہیں۔

1⟷8، 3⟷6، 5⟷2، 7⟷4

آپ دیکھتے ہیں کہ اس صورت میں بھی الف اور با کے ارکان کے مکمل جوڑے بن گئے ہیں۔ اسی طرح اگر آپ چاہیں تو اور بھی کئی طریقوں سے جوڑے بنا سکتے ہیں۔ لیکن ایک بات واضح ہے کہ جیسے بھی جوڑے بنائیں، آپ دیکھیں گے کہ ان دیے ہوئے سیٹوں الف اور با کے ارکان کے ہمیشہ ہی مکمل جوڑے بنیں گے۔

اگر دیے ہوئے سیٹوں کے ہر رکن کو ایک اور صرف ایک دفعہ استعمال کر کے ان کے مکمل جوڑے بن جائیں تو اس عمل کو ریاضی میں سیٹوں کے درمیان ایک ایک مطابقت قائم کرنا کہتے ہیں۔ اسے یوں بھی لکھتے ہیں "(1–1) مطابقت" اور پڑھتے ہیں "ایک سے ایک کی مطابقت"۔ ہم دیکھ چکے ہیں کہ الف اور با میں (1–1) مطابقت قائم کی جا سکتی ہیں۔ الف اور با مترادف سیٹ ہیں۔ یاد رہے کہ اگر دو سیٹوں کے درمیان (1–1) مطابقت قائم کی جا سکے تو انھیں مترادف سیٹ کہتے ہیں۔ اگر (1–1) مطابقت قائم کرنا ممکن نہ ہو تو دیے ہوئے سیٹ غیر مترادف کہلاتے ہیں۔ مثلاً

لام = {ا، ب، ج} اور میم = {1، 2، 3، 4} غیر مترادف سیٹ ہیں۔

تحتی سیٹ

مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں :

الف = {1، 2، 3، .... 10} اور با = {2، 4، 6، 8، 10}

با ایک ایسا سیٹ ہے، جس کا ہر رکن سیٹ الف کا بھی رکن ہے۔ چنانچہ ہم کہیں گے کہ " با تحتی سیٹ ہے الف کا" اسی طرح
جیم = { 1، 3، 5، 7، 9 } بھی الف کا تحتی سیٹ ہے۔
تحتی سیٹ کے لیے علامت "$\subseteq$" استعمال ہوتی ہے۔ پس ہم اُوپر کی مثال میں یُوں لِکھیں گے۔ " با $\subseteq$ الف" اور پڑھیں گے " با تحتی سیٹ ہے الف کا"۔
اسی طرح جیم $\subseteq$ الف۔

"اگر کسی سیٹ با کا ہر رکن کسی سیٹ الف کا بھی رکن ہو تو سیٹ با سیٹ الف کا تحتی سیٹ کہلاتا ہے"۔

مثال: (i) لام = { ا، ب، ج، د } اور میم = { ب، د }
آپ دیکھ سکتے ہیں کہ ب $\in$ لام اور د $\in$ لام
پس سیٹ میم کا ہر رکن سیٹ لام کا بھی رکن ہے۔ لہٰذا میم $\subseteq$ لام

مثال: (ii) صاد = صحیح اعداد کا سیٹ اور قاف = قدرتی اعداد کا سیٹ
سیٹ قاف کو ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں:
قاف = { 1، 2، 3، 4، .... }
آپ جانتے ہیں کہ 1، 2، 3، 4 ...... صحیح اعداد بھی ہیں۔ پس 1 $\in$ صاد ، 2 $\in$ صاد، 3 $\in$ صاد، 4 $\in$ صاد، ...... اب صاف ظاہر ہے کہ سیٹ قاف کا ہر رکن سیٹ صاد کا بھی رکن ہے۔ لہٰذا قاف $\subseteq$ صاد۔
مندرجہ بالا عمل کو مختصراً یوں بھی کر سکتے ہیں:
چونکہ ہر قدرتی عدد، صحیح عدد بھی ہوتا ہے۔ لہٰذا قاف $\subseteq$ صاد

اگر الف = تمام صحیح اعداد اور کسری اعداد کا سیٹ
میم = تمام مفرد اعداد کا سیٹ
قاف = تمام قدرتی اعداد کا سیٹ
جیم = تمام جفت اعداد کا سیٹ
طا = تمام طاق اعداد کا سیٹ
صاد = تمام صحیح اعداد کا سیٹ

تو کیا مندرجہ ذیل بیانات درست ہیں ؟

1- میم ⊇ قاف   2- میم ⊇ الف   3- قاف ⊇ الف

ہم دیکھ چکے ہیں کہ مثال (i) میں میم تحتی سیٹ ہے لام کا۔ اس بات کو ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ "لام فوقی سیٹ ہے میم کا"۔ فوقی سیٹ کی علامت ⊆ ہے۔ پس ہم لکھیں گے 'لام ⊆ میم' اور پڑھیں گے کہ "لام فوقی سیٹ ہے میم کا"۔ اس طرح مثال (ii) میں صاد ⊆ قاف یعنی صاد فوقی سیٹ ہے قاف کا۔

کیا مندرجہ ذیل بیانات درست ہیں ؟

1- الف ⊆ صاد   2- الف ⊆ جیم   3- صاد ⊆ میم

اب آپ مندرجہ ذیل مثال پر غور کریں۔

مثال (iii) با = { 1، 3، 5 } اور عین = { 2، 4 }

کیا با ⊇ عین ؟ "نہیں"۔ کیا عین ⊇ با ؟ "نہیں"۔

پس اس مثال میں با اور عین دو ایسے سیٹ ہیں کہ نہ ہی سیٹ با سیٹ عین کا تحتی سیٹ ہے اور نہ ہی سیٹ عین سیٹ با کا تحتی سیٹ ہے۔ 'تحتی سیٹ نہیں ہے' کے لیے علامت ⊉ استعمال ہوتی ہے۔ پس ہم لکھیں گے کہ عین ⊉ با اور پڑھیں گے "عین تحتی سیٹ نہیں ہے با کا"۔ اسی طرح با ⊉ عین کو پڑھیں گے با تحتی سیٹ نہیں ہے عین کا"۔

اس مثال میں نہ ہی سیٹ عین، سیٹ با کا فوقی سیٹ ہے اور نہ ہی سیٹ با سیٹ عین کا فوقی سیٹ ہے۔ 'فوقی سیٹ نہیں ہے' کے لیے علامت ⊈ استعمال ہوتی ہے۔ پس ہم لکھیں گے کہ

'عین ⊈ با' اور پڑھیں گے 'عین فوقی سیٹ نہیں ہے با کا'۔

اسی طرح 'با ⊈ عین' کو پڑھیں گے 'با فوقی سیٹ نہیں ہے عین کا'۔

مثال (iv) نون = { 1، 2، 3، 4، 5 }، سین = { 2، 4، 6 }

یہاں اعداد 2 اور 4 سیٹ سین کے بھی ارکان ہیں اور سیٹ نون کے بھی لیکن 6 سیٹ نون کا رکن نہیں ہے۔ پس نون ⊈ سین اور نون ⊉ سین۔

نوٹ : مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کیجیے :

الف = { 8،7،6 } ، با = { 7،6،8 }

کیا الف کا ہر رکن با کا رکن ہے؟ (ہاں)

کیا الف سیٹ با کا تحتی سیٹ ہے؟ (ہاں)

کیا با سیٹ الف کا تحتی سیٹ ہے؟ (ہاں)

یعنی الف تحتی سیٹ ہے با کا اور با تحتی سیٹ ہے الف کا۔

اگر آپ تھوڑا سا غور کریں تو آپ کو معلوم ہوگا کہ الف اور با دراصل ایک ہی سیٹ ہیں۔ پس ہم کہہ سکتے ہیں کہ ہر سیٹ اپنا تحتی سیٹ ہوتا ہے۔

اب آپ مندرجہ ذیل سیٹوں کو ملاحظہ کریں:

لام = { ا، ب، ج } ، میم = { ا، ب، ج، د }

کیا سیٹ لام سیٹ میم کا تحتی سیٹ ہے؟ (ہاں)

کیا لام میں کوئی ایسا رکن موجود ہے جو میم کا رکن نہیں؟ (نہیں)

پس ہم کہہ سکتے ہیں کہ کوئی سیٹ لام کسی سیٹ میم کا تحتی سیٹ ہوگا۔ اگر لام میں کوئی ایسا رکن نہ ہو جو میم کا رکن نہ ہو۔

اب آپ ذیل کے دو سیٹوں پر غور کیجیے:

با = ϕ ، الف = { 1،2،3،4 }

کیا ϕ میں کوئی ایسا رکن موجود ہے جو الف کا رکن نہیں ہے؟ (نہیں)

پس ϕ تحتی سیٹ ہے الف کا۔

لہٰذا ہم کہہ سکتے ہیں،

خالی سیٹ ہر سیٹ کا تحتی سیٹ ہوتا ہے۔

متراکب اور غیر مشترک سیٹ

نیچے دی ہوئی مثال پر غور کریں:

الف = { 1،2،3 } اور با = { 2،4 }

ان سیٹوں میں "2" سیٹ الف کا بھی رکن ہے اور سیٹ با کا بھی۔

نیز نہ ہی الف تحتی سیٹ ہے با کا اور نہ ہی با تحتی سیٹ ہے الف کا۔

اس مثال میں دیے ہوئے سیٹ الف اور با متراکب سیٹ ہیں۔
دو سیٹ جن میں کم از کم ایک رکن مشترک ہو اور ان میں سے کوئی سا سیٹ بھی دوسرے سیٹ کا تحتی سیٹ نہ ہو، متراکب سیٹ کہلاتے ہیں۔
مثلاً لام = { ا، ب، ج، د } اور میم = { ج، د، س } متراکب سیٹ ہیں۔
دو سیٹ جن میں کوئی رکن مشترک نہ ہو غیر مشترک سیٹ کہلاتے ہیں۔
مثلاً جیم = {2، 4، 6، 8} اور کاف = {1، 3، 5، 7، 9} غیر مشترک سیٹ ہیں۔

سیٹوں کا تقاطع

مندرجہ ذیل مثال کو دیکھیں:

لام = { 4، 8، 12، 16 } اور میم = { 2، 4، 6، 8 }

اب ہم ایک ایسا سیٹ لکھنا چاہتے ہیں جو ایسے تمام ارکان پر مشتمل ہو، جو کہ سیٹ لام میں بھی ہوں اور سیٹ میم میں بھی۔ دوسرے لفظوں میں ہم ایک ایسا سیٹ لکھنا چاہتے ہیں جو کہ لام اور میم کے مشترک ارکان پر مشتمل ہو۔
آپ دیکھتے ہیں کہ 4 اور 8 ایسے ارکان ہیں جو سیٹ لام میں بھی ہیں اور سیٹ میم میں بھی۔ پس مطلوبہ سیٹ = { 4، 8 } یہ سیٹ لام اور سیٹ میم کا تقاطع سیٹ ہے۔ تقاطع کے لیے علامت $\cap$ استعمال کرتے ہیں۔
پس ہم یوں لکھیں گے:

لام $\cap$ میم = { 4، 8 }

فرض کریں کہ الف اور با کوئی سے دو سیٹ ہیں۔

الف اور با کا تقاطع سیٹ ایسے تمام ارکان پر مشتمل ہوگا جو الف اور با میں مشترک ہوں۔

چونکہ تقاطع کے لیے علامت "$\cap$" استعمال ہوتی ہے لہٰذا ہم الف اور با کے تقاطع سیٹ کو الف $\cap$ با سے ظاہر کرتے ہیں اور اسے یوں پڑھتے ہیں:
"الف تقاطع با"۔

مثال 1 : اگر الف = {1، 2، 3، 4} اور با = {2، 4، 6}

تو الف ∩ با = {2، 4}

مثال 2 : اگر لام = {1، 2، 3، 4، 5} اور میم = {1، 3، 5}

تو لام ∩ میم = {1، 3، 5} = میم

اس مثال سے معلوم ہوا کہ

اگر دو دیے ہوئے سیٹوں الف اور با میں سیٹ با سیٹ الف کا تحتی سیٹ ہو تو الف ∩ با = با

مثال 3 : سین = {1، 3، 5، 7} اور کاف = {0، 2، 4، 6}

سین اور کاف میں کوئی بھی رکن مشترک نہیں ہے۔ پس سین اور کاف کا تقاطع سیٹ خالی سیٹ ہوگا۔ لہٰذا

سین ∩ کاف = { } = ∅

واضح رہے کہ دو غیر مشترک سیٹوں کا تقاطع سیٹ ہمیشہ خالی سیٹ ہوتا ہے۔

مثال 4 : جیم = تمام جفت اعداد کا سیٹ

اور صاد = تمام صحیح اعداد کا سیٹ

جیم ∩ صاد = جیم اور صاد کے مشترک ارکان کا سیٹ

چونکہ جیم اور صاد دونوں غیر متناہی سیٹ ہیں لہٰذا یہاں اُوپر والی تینوں مثالوں کی طرح ہر رکن کے لیے یہ دیکھنا ممکن نہیں ہے کہ وہ دونوں سیٹوں میں مشترک ہے یا نہیں ؟ ایسی صُورت میں ہم دیے ہوئے سیٹوں کے ارکان میں ایسی خصوصیت تلاش کرتے ہیں جس سے یہ مسئلہ حل ہو سکے۔

اب ہم جیم کو اندراجی طریقہ سے لکھتے ہیں۔

جیم = {.........، -6، -4، -2، 0، 2، 4، ....}

غور کریں تو معلوم ہوگا کہ سیٹ جیم کے تمام ارکان جفت اعداد تو ہیں لیکن اس کے

ساتھ ساتھ صیحح اعداد بھی ہیں۔ (واضح رہے کہ ہر جفت عدد ، صیحح عدد بھی ہوتا ہے) -
پس جیم ⊇ صاد
لہٰذا جیم ∩ صاد = جیم

سیٹوں کا یُونین

الف اور جیم کوئی سے دو سیٹ ہیں -

الف اور جیم کا یونین ایسا سیٹ ہوگا جو مشتمل ہو ایسے تمام ارکان پر جو الف میں ہوں یا جیم میں ہوں -

یونین کے لیے علامت " U " استعمال ہوتی ہے - لہٰذا ہم الف اور جیم کے یونین سیٹ کو الف U جیم سے ظاہر کرتے ہیں اور اسے یوں پڑھتے ہیں :

"الف یونین جیم"

واضح رہے کہ یونین کی تعریف میں ہم نے بیان کیا ہے کہ یہ سیٹ ایسے ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو دونوں میں سے کسی بھی ایک سیٹ میں ہوں۔ ظاہر ہے کہ دونوں سیٹوں کے مشترک ارکان بھی یونین سیٹ میں ہوں گے - پس مزید وضاحت کے لیے ہم کہہ سکتے ہیں کہ الف U جیم ایسے ارکان پر مشتمل ہے جو یا تو سیٹ الف میں ہوں یا سیٹ جیم میں ہوں یا دونوں میں مشترک ہوں -

مثال 1 : الف = {1، 2، 3، 4} اور با = {2، 4، 6}

اب ہم الف U با معلوم کرنا چاہتے ہیں۔ یہ سیٹ ایسے ارکان پر مشتمل ہوگا جو یا تو سیٹ الف میں یا سیٹ با میں یا دونوں سیٹوں میں مشترک ہوں۔ پس

الف U با = {1، 2، 3، 4، 6}

مثال 2 : لام = {1، 2، 3، 4، 5} اور میم = {1، 3، 5}

لام U میم = {1، 2، 3، 4، 5} = لام

نوٹ: سیٹ کے ارکان میں تکرار کی اجازت نہیں ہوتی - یعنی ایک ہی رکن کو بار بار نہیں لکھا جاتا - اس لیے ہم لام U میم = {1، 2، 3، 4، 5، 1، 3، 5} نہیں لکھتے

بلکہ لام U میم = {5،4،3،2،1} لکھتے ہیں۔
واضح رہے کہ اگر دو دیے ہوئے سیٹوں الف اور با میں سیٹ الف سیٹ با کا فوقی سیٹ ہو تو الف U با = الف

مثال 3 : الف = تمام صحیح اعداد اور کسری اعداد کا سیٹ اور
صاد = تمام صحیح اعداد کا سیٹ
چونکہ سیٹ صاد ، سیٹ الف کا تحتی سیٹ ہے۔
پس الف U صاد = الف

مشق 1.2

1- نیچے کچھ سیٹوں کے جوڑے دیے گئے ہیں۔ ان میں کون سے جوڑے ایسے ہیں، جن میں (1—1) مطابقت قائم کی جا سکتی ہے؟
اگر ممکن ہو تو دیے ہوئے سیٹوں میں دو مختلف (1—1) مطابقتیں قائم کریں۔
کیا دو سے زیادہ (1—1) مطابقتیں قائم کی جا سکتی ہیں؟

(i) لام = { ا ، ب ، ج } ، میم = { 3،2،1 }
(ii) صاد = { 5،10،15،20 } ، کاف = { 4،8،12،16 }
(iii) الف = { 2،3،5،7 } ، با = { 2،4،6 }
(iv) الف = { α، e، o } ، با = { =، $>$، $<$ }
(v) جیم = { $\not\in$، $\in$، $\supseteq$، $\subseteq$ } ، کاف = { ○، △ }
(vi) میم = { نعمان، فوزیہ، عذرا } ، نون = { گھر، سکول، دفتر }

2- مندرجہ ذیل سیٹوں میں سے کون سے باہم مترادف ہیں؟
(i) الف = { 1،2،3،4 }
(ii) با = { $\neq$، =، $>$، $<$ }
(iii) جیم = { ▱، ○، △ }
(iv) لام = { ا ، ب ، ت ، ث ، ج }

(v) میم = { کتاب ، پنسل ، سلیٹ }

(vi) صاد = { 1، 2، 3، ......، 10 }

(vii) کاف = { a، b، c، d، e، f }

(viii) عین = { =، $\not\supseteq$، $\not\subseteq$، $\subseteq$، $\supseteq$ }

3 - الف = { 0، 1 } کے تمام ممکن تحتی سیٹ لکھیں ۔ کیا $\varnothing$ بھی الف کا تحتی سیٹ ہے ؟

4 - نیچے سیٹوں کے جوڑے دیے گئے ہیں ۔ کیا سیٹ الف سیٹ با کا تحتی سیٹ ہے ؟

(i) الف = { 0، 1، 1 - } ، با = { 0، 1، 2، 3، 1 - }

(ii) الف = { 2، 4، 6، 8 } ، با = { 1، 2، 3 ...... 10 }

(iii) الف = مفرد اعداد کا سیٹ ، با = قُدرتی اعداد کا سیٹ

(iv) الف = صحیح اعداد کا سیٹ ، با = مثبت صحیح اعداد کا سیٹ

5 - الف = { 5، 10، 15 } ، با = { 1، 2، 3 ...... 20 }

جیم = قُدرتی اعداد کا سیٹ ، میم = مفرد اعداد کا سیٹ

ان سیٹوں کے لیے نیچے دیے ہوئے بیانات میں سے کون سے دُرست ہیں اور کون سے غلط :

(i) الف $\supseteq$ با

(ii) الف $\supseteq$ جیم

(iii) الف $\supseteq$ میم

(iv) با $\supseteq$ میم

(v) با $\supseteq$ جیم

(vi) با $\subseteq$ الف

(vii) جیم $\subseteq$ میم

(viii) جیم $\subseteq$ با

(ix) میم $\subseteq$ الف

6 - نقطہ دار جگہوں کو علامت $\supseteq$ یا $\not\supseteq$ کے استعمال سے اس طرح پُر کریں کہ دیا ہوا بیان دُرست ہو :

(i) الف = { 2-، 2 } ، با = { 0، 1، 2، 3، ... } تو الف .... با

(ii) جیم = { ×، +، − } ، لام = { ÷، ×، + } تو جیم .... لام

(iii) صاد = $\varnothing$ ، کاف = { 1 } تو صاد .... کاف

(iv) لام = { } ، میم = { 1، 1 - } تو لام .... میم

(v) مفرد اعداد کا سیٹ .... قُدرتی اعداد کا سیٹ

(vi) مفرد اعداد کا سیٹ .... صحیح اعداد کا سیٹ

(vii) صحیح اعداد کا سیٹ .... جفت اعداد کا سیٹ

7 – کیا خالی سیٹ ہر سیٹ کا تحتی سیٹ ہوتا ہے؟

8 – مندرجہ ذیل سیٹوں کے جوڑے متراکب ہیں یا غیر مشترک؟

(i) الف = {1، 2، 3، 4} ، با = {2، 4، 6، 8، 10}

(ii) الف = {ا، ب، ج، د} ، با = {ا، ج، د، س}

(iii) لام = {⊆، =، >، <} ، با = {⊄، ⊅، =، ∈}

(iv) میم = {1، 3، 5، 7، 9} ، با = {2، 4، 6، 8، 10، 12}

(v) الف = قدرتی اعداد کا سیٹ ، با = منفی صحیح اعداد کا سیٹ

(vi) الف = جفت اعداد کا سیٹ ، با = طاق اعداد کا سیٹ

(vii) لام = جفت اعداد کا سیٹ ، میم = مفرد اعداد کا سیٹ

(viii) جیم = مفرد اعداد کا سیٹ ، قاف = طاق اعداد کا سیٹ

9 – نیچے دیے ہوئے سیٹوں کے جوڑوں کا تقاطع معلوم کریں:

(i) الف = {1، 2، 3} ، با = {2، 4، 6}

(ii) الف = {1، 2، 3، ......، 10} ، با = {2، 4، 6، ......، 20}

(iii) الف = {▱، □، △، ○} ، با = {○، □، △}

(iv) الف = {0، 1، 2} ، با = {8، 6، 5، 2، 1، 0}

(v) لام = {≠، >، <، ⊆} ، میم = {⊆، >، <}

میم = مفرد اعداد کا سیٹ ، نون = قُدرتی اعداد کا سیٹ

(vii) کاف = صحیح اعداد کا سیٹ ، صاد = طاق اعداد کا سیٹ

(viii) الف = { } ، با = {1، 2}

(ix) لام = {-1، 0، 1} ، نون = {-2، 2، 4}

(x) الف = جفت اعداد کا سیٹ ، با = طاق اعداد کا سیٹ

10 – سوال 9 میں دِیے ہوئے سیٹوں کے جوڑوں کا یُونین معلُوم کریں۔

11- حل کریں۔

(i) { ×، ÷، +، − } ∩ { =، ÷، − }

(ii) { ○، △، □ } ∩ { ○، △، ▱ }

(iii) مفرد اعداد کا سیٹ ∪ صحیح اعداد کا سیٹ

(iv) { ○ } ∪ { 0 }

(v) { 0 } ∩ { }

(vi) { ○، △، □ } ∩ { △، ○، □، ▱ }

(vii) { 1، 2، 3 } ∩ { 1، 2، .... ، 10 }

(viii) { 0، 1، 2 } ∪ { 3، 5، 7 }

مساوی سیٹ :

فرض کریں کہ لام = { 1، 2، 3، ... ، 9 } اور میم = 10 سے چھوٹے قدرتی اعداد کا سیٹ
اب آپ غور کریں تو معلوم ہوگا کہ سیٹ میم میں بھی دراصل وہی ارکان ہیں، جو کہ سیٹ لام میں ہیں۔ دوسرے لفظوں میں سیٹ میم دراصل سیٹ لام کو ہی ایک اور طریقے سے ظاہر کر رہا ہے۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ سیٹ لام اور سیٹ میم مساوی سیٹ ہیں۔ مساوی سیٹ کے لیے علامت "=" استعمال ہوتی ہے۔ پس ہم لکھیں گے کہ
"لام = میم" اور پڑھیں گے "لام مساوی سیٹ ہے میم کا۔"

اب ہم ایک اور مثال لیتے ہیں۔ فرض کریں کہ
میم = مکمل اعداد کا سیٹ = { 0، 1، 2، 3 .... }
اور قاف = قدرتی اعداد کا سیٹ = { 1، 2، 3 .... }
اب آپ غور کریں تو صاف ظاہر ہوگا کہ
میم = قاف ∪ { 0 }
سیٹ میم اور سیٹ قاف ∪ { 0 } ایک ہی سیٹ کو ظاہر کرتے ہیں۔
اگر میم = مکمل اعداد کا سیٹ ، نون = منفی صحیح اعداد کا سیٹ اور
صاد = صحیح اعداد کا سیٹ تو صاد = میم ∪ نون

گویا سیٹ صاد اور سیٹ میم U نون ایک ہی سیٹ کو ظاہر کر رہے ہیں۔
تحتی سیٹ کے تصوّر کی مدد سے بھی ہم مساوی سیٹوں کا تصور دے سکتے ہیں۔
اگر آپ پہلی مثال پر غور کریں تو صاف ظاہر ہے کہ سیٹ لام کا ہر رکن سیٹ میم کا بھی رکن ہے۔ پس تحتی سیٹ کی تعریف کی رُو سے لام $\subseteq$ میم

اسی طرح سیٹ میم کا ہر رکن بھی سیٹ لام کا رکن ہے پس میم $\subseteq$ لام

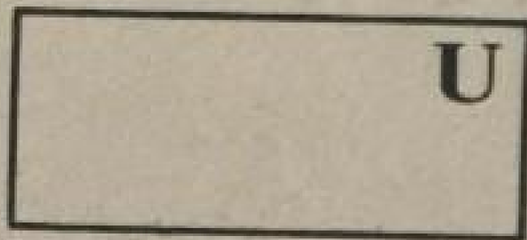
ہم پہلے ہی دیکھ چکے ہیں کہ لام = میم

پس یاد رہے کہ اگر الف اور با کوئی سے دو سیٹ ہوں اور اگر

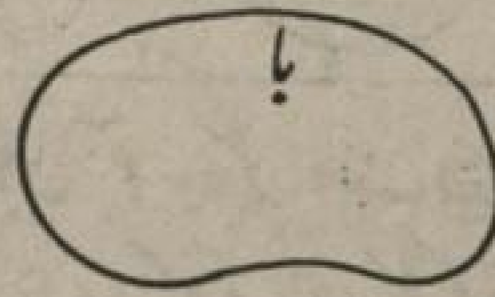
الف $\subseteq$ با اور با $\subseteq$ الف تو الف = با

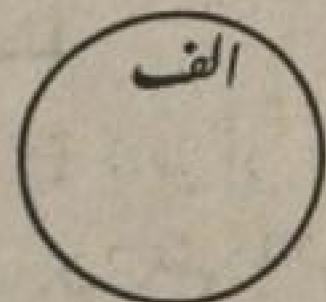
وین اشکال

اٹھارویں صدی میں سوئٹزر لینڈ کے ریاضی دان آئلر Euler نے سیٹوں کو دائروی شکلوں سے ظاہر کرنے کا طریقہ رائج کیا۔ بعد میں ایک برطانوی ریاضی دان وین Venn نے انیسویں صدی میں اس طریقے کو مزید وسعت دی۔ اس طریقے کے مطابق کسی بھی دیے ہوئے سیٹ کو "سادہ بند شکل" سے ظاہر کرتے ہیں۔ ایسی شکل کو "وین آئلر شکل" یا مختصراً "وین شکل" کہتے ہیں۔ یاد رہے کہ یونیورسل سیٹ کو عموماً چوکھٹے سے ظاہر کرتے ہیں۔ بعض اوقات حسبِ ضرورت ان شکلوں کے اندر مناسب مقام پر سیٹوں کے ارکان کو لکھ دیا جاتا ہے۔ لیکن اس کی ضرورت نہ ہو تو وین شکل کے اندر متعلقہ سیٹ کا فقط نام ہی لکھ دیا جاتا ہے۔ نیچے چند سیٹوں کو وین اشکال سے ظاہر کیا گیا ہے۔

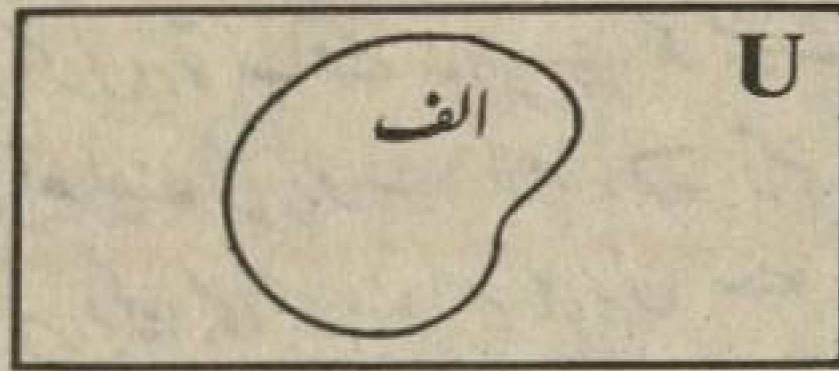




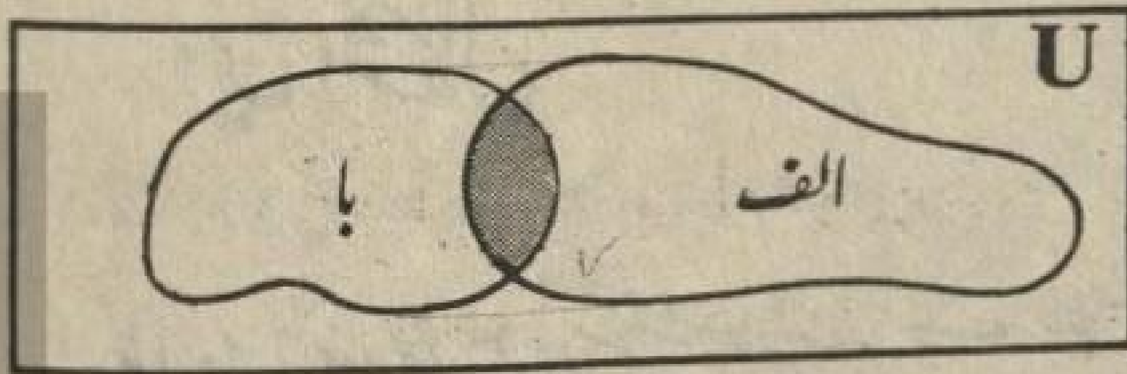




اب آپ نیچے دی ہوئی وین شکل پر غور کریں۔



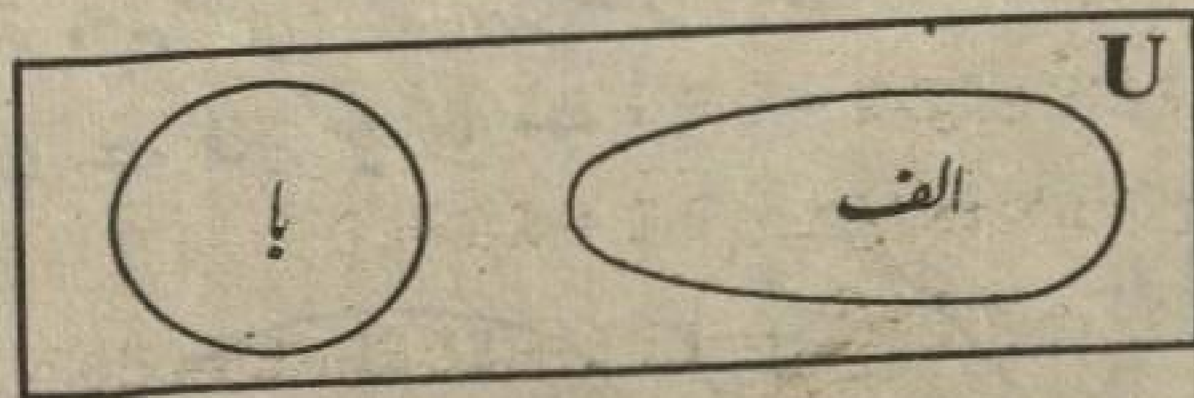
اس شکل میں یونیورسل سیٹ کے اندر ایک اور سادہ بند شکل بنا کر اسے الف سے موسوم کیا گیا ہے۔ اس کا مطلب یہ ہے کہ سیٹ الف، اس یونیورسل سیٹ U کا تحتی سیٹ ہے۔ دوسرے لفظوں میں سیٹ الف کا ہر رکن سیٹ U کا بھی رکن ہے جب کہ سیٹ U میں ایسے ارکان بھی موجود ہیں جو سیٹ الف کے ارکان نہیں ہیں۔



1– سامنے کی وین شکل پر غور کریں۔

اس شکل میں U کے اندر دو سیٹ الف اور با اس طرح ظاہر کیے گئے ہیں کہ الف $\subseteq$ U اور با $\subseteq$ U نیز الف اور با کا کچھ حصہ آپس میں مشترک ہے۔ جسے سایہ دار دکھایا گیا ہے۔ گویا الف اور با باہم متراکب سیٹ ہیں۔

2– اسی طرح نیچے دی ہوئی وین شکل یہ ظاہر کرتی ہے کہ



U کے اندر دو سیٹ الف اور با ہیں جب کہ الف $\subseteq$ U اور با $\subseteq$ U لیکن الف اور با باہم غیر مشترک سیٹ ہیں، کیونکہ ان کا کوئی بھی حصہ باہم مشترک نہیں ہے۔

3- سامنے کی شکل میں یہ ظاہر کیا گیا ہے کہ
با ⊆ الف اور الف ⊆ U
دوسرے لفظوں میں با تحتی سیٹ ہے الف کا
اور یہ دونوں بذاتِ خود تحتی سیٹ ہیں U کے۔



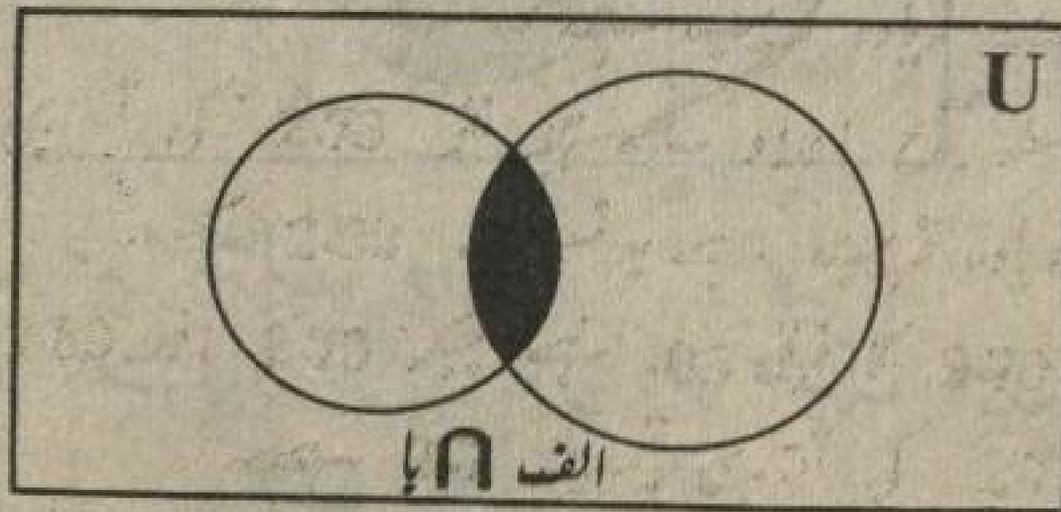
اب ہم دو سیٹوں کے تقاطع اور یونین کی وضاحت بذریعہ وین اشکال کریں گے۔

تقاطع کی وضاحت بذریعہ وین اشکال

الف اور با کوئی سے دو سیٹ ہیں۔ اب ہم الف ∩ با کو وین شکل سے ظاہر کرنا چاہتے ہیں۔ اس کو ظاہر کرنے کی مندرجہ ذیل تین صورتیں ہوں گی:

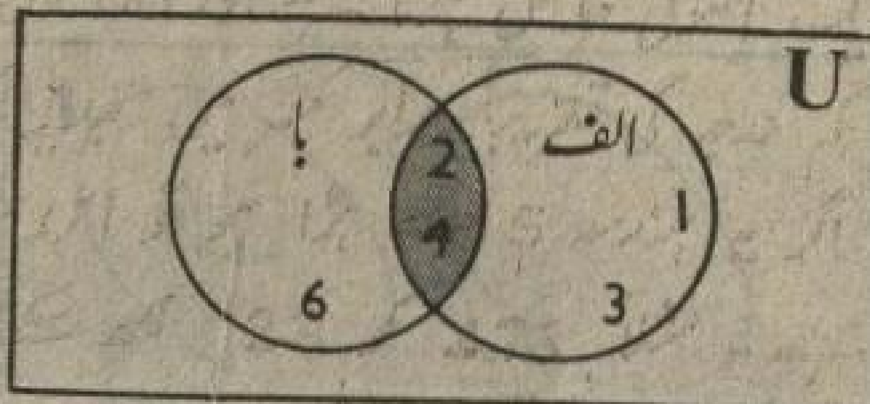
(i) جب کہ الف اور با متراکب سیٹ ہوں۔

اگر الف اور با متراکب سیٹ ہوں گے تو ان میں کچھ ارکان ضرور مشترک ہوں گے۔ لہٰذا اس صورت میں الف ∩ با کو نیچے دی ہوئی وین شکل کے سایہ دار حصے سے ظاہر کیا گیا ہے۔



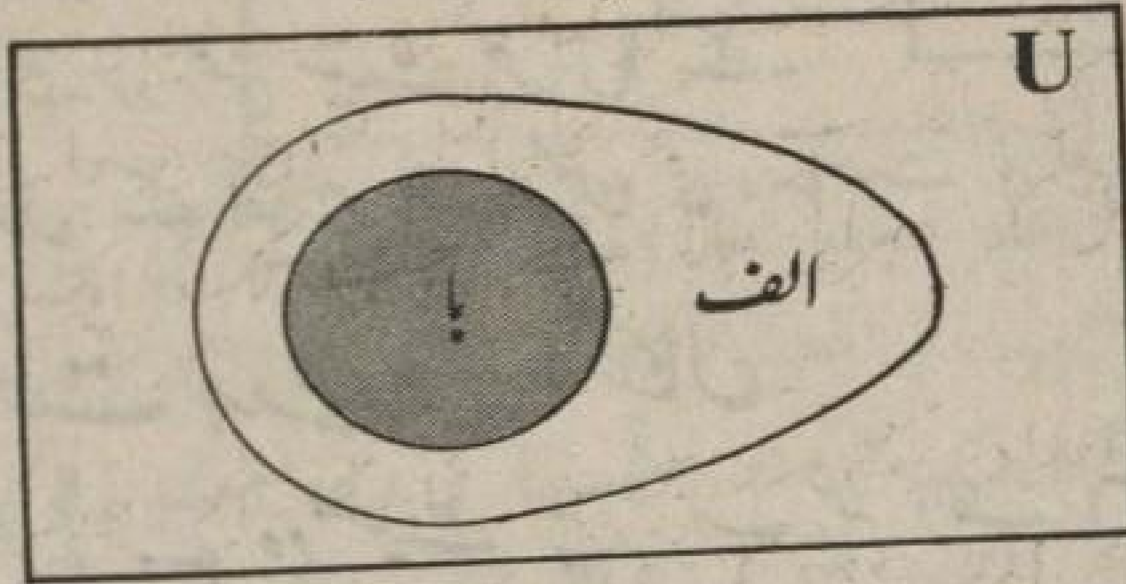
مثال: الف = {1، 2، 3، 4} اور با = {2، 4، 6}

اس صورت میں الف ∩ با کو نیچے دی ہوئی وین شکل سے ظاہر کیا گیا ہے۔



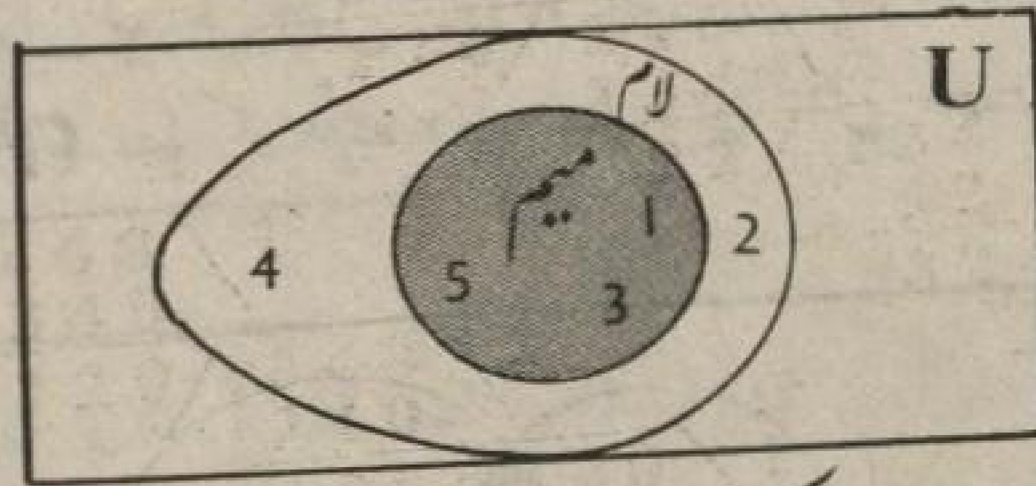
(ii) جبکہ ایک سیٹ دُوسرے کا تحتی سیٹ ہو :

جیسا کہ پہلے بتایا گیا ہے اس صُورت میں الف ∩ با = با ، پس الف ∩ با کو مندرجہ ذیل وین شکل کے سایہ دار حصّے سے ظاہر کیا گیا ہے۔



مثال : لام = { 1، 2، 3، 4، 5 } اور میم = { 1، 3، 5 }

اس صورت میں لام ∩ میم کو نیچے دی ہوئی وین شکل سے ظاہر کیا گیا ہے۔

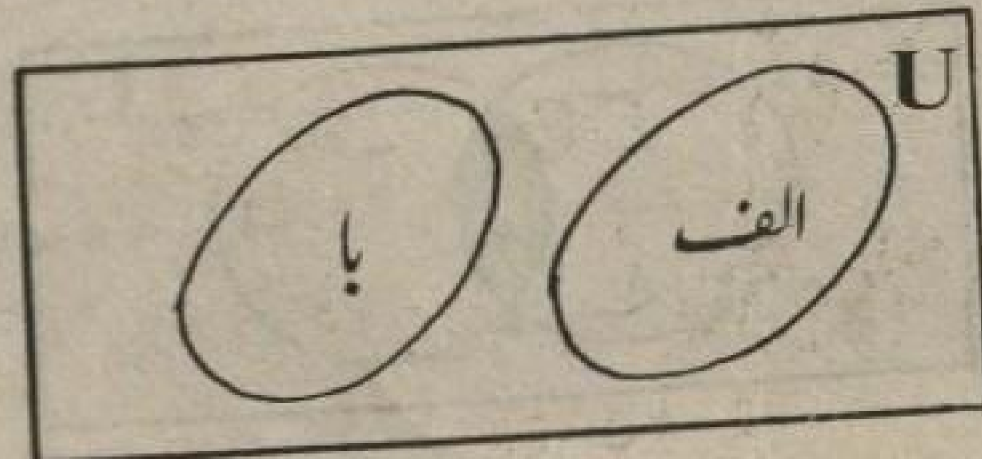


(iii) جبکہ دونوں سیٹ غیر مشترک ہوں :

اس صورت، میں چونکہ الف اور با میں کوئی رکن مشترک نہیں ہے ، اس لیے

الف ∩ با = ϕ

لہٰذا یہاں الف ∩ با کو وین شکل سے یوں ظاہر کریں گے کہ اس شکل کا کوئی بھی حصّہ سایہ دار نہیں ہوگا۔ جیساکہ نیچے دی ہوئی وین شکل سے ظاہر کیا گیا ہے۔

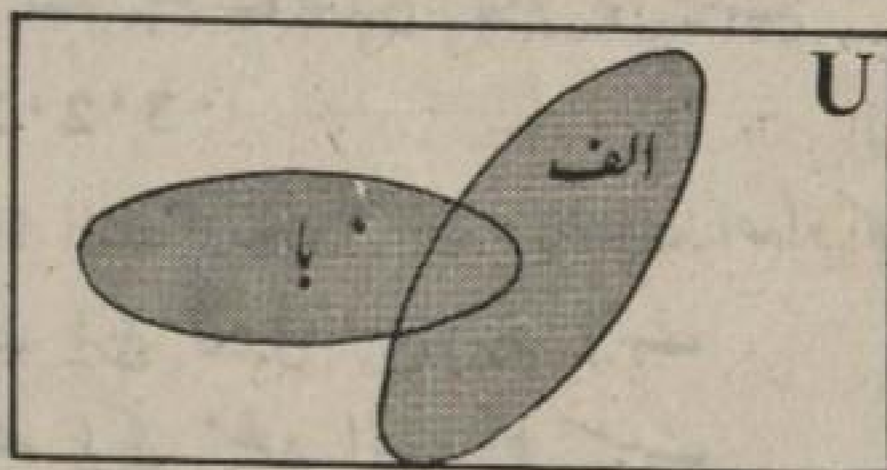


یُونین کی وضاحت بذریعہ وین اشکال :

اگر الف اور با کوئی سے دو سیٹ ہوں تو الف U با کو وین اشکال سے ظاہر کرنے کی وضاحت نیچے کی گئی ہے۔

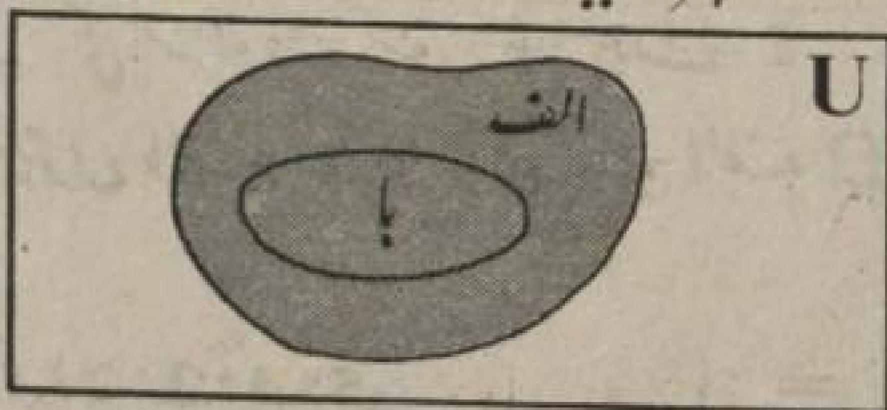
(i) جبکہ الف اور با متراکب سیٹ ہوں :

چونکہ الف اور با متراکب سیٹ ہیں ، لہٰذا ان میں کچھ ارکان ضرور مشترک ہوں گے۔ پس اس صورت میں الف U با کو مندرجہ ذیل وین شکل کے سایہ دار حِصّہ سے ظاہر کر سکتے ہیں۔



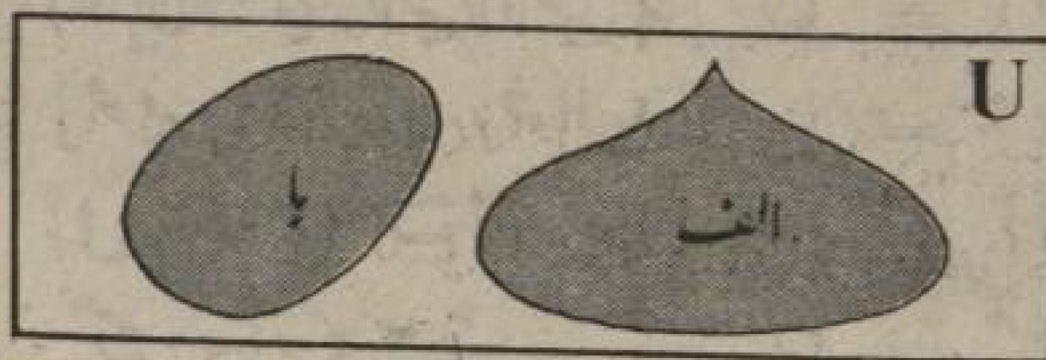
(ii) جبکہ سیٹ با سیٹ الف کا تحتی سیٹ ہو :

اس صورت میں چونکہ الف U با = الف ، اس لیے الف U با کو نیچے دی ہوئی وین شکل کے سایہ دار حِصّہ سے ظاہر کریں گے۔



(iii) جبکہ سیٹ الف اور با غیر مشترک ہوں :

اس صورت میں الف U با کو مندرجہ ذیل وین شکل کے سایہ دار حِصّہ سے ظاہر کیا گیا ہے۔



باب 2

حسابی فقرے

2.1۔ جُملے اور فِقرے

ہم جانتے کہ کسی بھی زبان میں حروفِ تہجّی سے الفاظ اور الفاظ سے جملے یا فقرات بنائے جاتے ہیں۔ اِسی طرح ریاضی کی بھی اپنی زبان ہے جس کی مدد سے ہم اپنی بات دُوسروں تک پہنچاتے ہیں۔ اس زبان میں الفاظ کی جگہ کئی ایک علامات استعمال ہوتی ہیں۔ جن میں سے مندرجہ ذیل سے ہم واقف ہیں۔

0، 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9 ، + ، − ، × ، ÷ ، = ، ≠

< ، > ، ≮ ، ≯ ، ∈، ∉ ، ⊆ ، ∪، ∩ وغیرہ

اردو زبان میں اگر کوئی کہے کہ " گنّے کی فصل" تو اس سے کہنے والے کا پُورا مفہوم ادا نہیں ہوتا۔ ہم نہیں کہہ سکتے کہ " گنّے کی فصل" کو کیا ہُوا۔ آیا فصل اچھی ہوئی ہے۔ خراب ہو گئی ہے یا بوئی جا رہی ہے۔ لیکن اگر یہ کہا جائے کہ " اس سال گنّے کی فصل پچھلے سال سے اچھی ہوئی ہے۔" تو کہنے والے کا پورا مفہوم ہم تک پہنچ جاتا ہے۔

بالکل اسی طرح ریاضی میں جب یہ کہا جاتا ہے کہ " 4 + 5 " تو اس سے پورا مفہوم ادا نہیں ہوتا۔ لیکن جب کہنے والا یہ کہتا ہے کہ 4+5 = 9 تو ہم سمجھ جاتے ہیں کہ کہنے والے کی مُراد یہ ہے کہ 4+5 اور 9 ایک ہی عدد کو ظاہر کرتے ہیں۔ یا یہ کہ " چار جمع پانچ برابر ہے نَو کے"۔

4+ 5 کی قسم کا جملہ حسابی جملہ کی مثال ہے۔

جبکہ 4 + 5 = 9 حسابی فقرے کی مثال ہے۔

8× 4 اور 16× 2 بھی حسابی جُملوں کی مثالیں ہیں۔

8× 4 = 16× 2 حسابی فقرے کی ایک اور مثال ہے۔

یہ فقرہ جملہ 8×4 اور جملہ 16×2 کے درمیان ربط یا تعلق پیدا کرنے سے حاصل ہُوا ہے۔

ہر حسابی فقرہ دو جملوں کے درمیان ربط یا تعلق ظاہر کرتا ہے۔

2.2- فقروں کی قسمیں

روز مرّہ زندگی میں آپ دیکھتے ہیں کہ بعض بیانات درست ہوتے ہیں اور بعض غلط۔ کیا آپ نے بیانات کی کسی اور قسم پر بھی غور کیا ہے؟ بیانات کی ایک اور قسم بھی ہوتی ہے۔ جس میں ہم یہ فیصلہ نہیں کر سکتے کہ آیا زیرِغور بیان غلط ہے یا درست جب تک کہ ہمیں دیے گئے بیان کے علاوہ کچھ اور معلومات حاصل نہ ہوں۔ مثلاً

"وہ ایک کاروباری شخص ہے"۔ اس فقرے میں، جب تک ہمیں یہ معلوم نہ ہو جائے کہ "وہ" کون ہے؟ اس وقت تک ہم یہ فیصلہ نہیں کر سکتے کہ فقرہ درست ہے یا غلط۔ اس قسم کے فقرے کو کھُلا فقرہ کہتے ہیں۔ پس فقرے تین قسم کے ہوتے ہیں۔

(i) دُرست فقرے (ii) غلط فقرے (iii) کھُلے فقرے

ان اقسام کی مزید وضاحت ذیل میں کی گئی ہے:

1- دُرست فِقرے

کیا یہ درست ہے کہ

(i) $8 = 5 + 3$ (ii) $36 = 9 \times 4$

(iii) $2 = 5 \div 10$ (iv) $6 < 7$

آپ آسانی سے بتا سکیں گے کہ یہ چاروں بیانات درست ہیں۔ یہ بیانات درست فقروں کی مثالیں ہیں۔

2- غلَط فقرے

ذیل کی مثالوں میں بتائیے کہ آیا دیے ہوئے بیانات درست ہیں یا غلط؟

$3 = 1 + 1$ (ii) $18 \neq 9 \times 2$

(iii) $3 < 2 \div 6$ (iv) $6 > 2 - 8$

یہ بتانا آسان ہے کہ یہ بیانات غلط ہیں - ایسے بیانات غلط فقرے کہلاتے ہیں -

3- کھلے فقرے

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے :

(i) $10=\square\times 5$ (ii) $9=8+\square$

(iii) $6=\square-13$ (iv) $\square>12$

آپ دیکھتے ہیں کہ ان بیانات کے متعلق کوئی فیصلہ کرنا ممکن نہیں - پہلی مثال لیجیے $10=\square\times 5$ جب تک ہمیں $\square$ کی قیمت معلوم نہ ہو، ہم یہ نہیں بتا سکتے کہ یہ بیان غلط ہے یا درست - لہٰذا مثال (i) تا (iv) میں جب تک ہمیں $\square$ کی قیمت معلوم نہ ہو، بیانات کے درست یا غلط ہونے کا فیصلہ نہیں کیا جا سکتا - ایسے فقروں کو کھلے فقرے کہتے ہیں -

نوٹ : مثال (i) میں اگر $\square$ کی قیمت 2 رکھ دی جائے تو فقرہ درست بن جاتا ہے لیکن 2 کے علاوہ $\square$ کی کسی اور قیمت کے لیے یہ فقرہ غلط ہوگا -

مشق 2.1

1- مندرجہ ذیل میں سے کون سے فقرے درست ہیں، کون سے غلط اور کون سے کھلے ہیں

(i) $9=4+5$ (ii) $13=7+6$

(iii) $80\neq\frac{16}{3}\times 15$ (iv) $33=\frac{1}{2}\div 18$

(v) $5=\frac{1}{2}+\square$ (vi) $2-\triangle=4-\frac{1}{3}\div 6$

(vii) $\frac{4}{25}=\frac{8}{100}$ (viii) $\frac{15}{18}\neq\frac{5}{6}$

2- مندرجہ ذیل فقروں کو علامتی صورت میں لکھیے :

(i) $\square$ میں اگر تین جمع کیے جائیں تو حاصل جمع 9 کے برابر ہے (حل $\square+3=9$)

(ii) $\square$ اور 9 کا مجموعہ 13 سے کم ہے -

(iii) $\square$ اور 8 کا فرق 18 سے زیادہ ہے -

(iv) □ میں اگر 9- جمع کیے جائیں تو مجموعہ دس کے برابر ہوگا ۔

2.3 متغیّر کا تصوّر۔ تبادلہ سیٹ۔ حل سیٹ

ایک جُملہ □+5 لیجئے۔ جب تک ہمیں یہ معلوم نہ ہو جائے کہ □ میں کون سا عدد ہے۔ ہم یہ فیصلہ نہیں کر سکتے کہ □+5 کی کیا قیمت ہے۔ اگر ہم □ میں ایک صحیح عدد رکھ دیں تو □+5 کی ایک قیمت آئے گی۔ □+5 میں □ کی جگہ ہر صحیح عدد رکھنے سے □+5 کی کوئی ایک قیمت آئے گی۔ فرض کیا کہ ہم □ میں اعداد 1، 2، 3 رکھتے ہیں تو □+5 کی قیمتیں اس طرح آئیں گی ۔

□ = 1، □+5 = 6

□ = 2، □+5 = 7

□ = 3، □+5 = 8

اب □ کی جگہ آنے والے اعداد کا سیٹ {1، 2، 3} ہے ۔

ایک اور مثال لیجیے۔ ایک جُملہ □×5 لیجیے۔ اوپر دیے گئے جملہ کی طرح اس میں بھی ہم □ میں جو بھی صحیح عدد رکھیں گے۔ اس کے لیے □×5 کی ایک قیمت آئے گی۔ فرض کیا کہ ہم □ کی جگہ 5، 7، 10 رکھتے ہیں ۔

تو □×5 کی قیمتیں مندرجہ ذیل ہوں گی ۔

□ = 5، □×5 = 25

□ = 7، □×5 = 35

□ = 10، □×5 = 50

یہاں □ کی جگہ آنے والے اعداد کا سیٹ {5، 7، 10} ہے ۔

اُوپر دی گئی مثالوں میں □ کو متغیّر کہتے ہیں اور جس سیٹ کے ارکان میں سے □ کی قیمتیں لی جاتی ہیں انھیں □ کا تبادلہ سیٹ یا ڈومین سیٹ کہتے ہیں ۔

وضاحت کے لیے کچھ اور مثالیں دی گئی ہیں ۔

(i) □×2 میں اگر □ کی بجائے ہم اعداد 5، 6، 7، 8 رکھیں تو اس کی قیمتوں کا سیٹ

{10 ، 12 ، 14 ، 16} ہوگا۔

{5 ، 6 ، 7 ، 8} تبادلہ سیٹ ہے $\square$ کا۔

(ii) $8+\square$ میں اگر $\square$ کی بجائے ہم 7 ، 8 ، 12 ، 13 رکھیں تو اس کی قیمتوں کا سیٹ {15 ، 16 ، 20 ، 21} ہوگا۔ {7 ، 8 ، 12 ، 13} تبادلہ سیٹ ہے $\square$ کا۔

(iii) $1\times\square$ میں اگر $\square$ کی بجائے ہم 1 ، 8 ، 10 ، 12 ، 14 رکھیں تو {1 ، 8 ، 10 ، 12 ، 14} تبادلہ سیٹ ہے $\square$ کا۔

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے:

(ا) $5\times\square$ میں اگر تبادلہ سیٹ = {2 ، 3 ، 4} ہو تو اس کی قیمتوں کا سیٹ = {10 ، 15 ، 20}

(ب) $8\times\square$ میں اگر تبادلہ سیٹ = {6 ، 3 ، 2} ہو تو اس کی قیمتوں کا سیٹ = {48 ، 24 ، 16}

(ج) اگر $9+\square$ میں تبادلہ سیٹ = {10 ، 11 ، 15} ہو تو اس کی قیمتوں کا سیٹ = {19 ، 20 ، 24}

ایک کھلا فقرہ $5+\square=12$ لیجیے۔ اس فقرہ میں اگر ہم $\square$ کی بجائے 7 رکھ دیں تو فقرہ درست ہو جاتا ہے۔ اسی طرح اگر کھلے فقرے $13\times\square=25$ میں $\square$ کی بجائے $\frac{25}{13}$ رکھ دیں تو فقرہ درست ہو جاتا ہے۔ ایسی صورتوں میں متغیر کی صرف ایک ہی قیمت ممکن ہوتی ہے۔ متغیر کی ایسی قیمتوں کا سیٹ جن سے دیا گیا فقرہ درست ہو جاتا ہو فقرے کا حل سیٹ کہلاتا ہے۔

ذیل میں چند کھلے فقروں کے حل سیٹ معلوم کرتے ہیں۔

(i) $5\times\square-7=13$ ، $\square$ کی بجائے 4 رکھ دیا جائے تو فقرہ درست ہو جاتا ہے۔
لہٰذا حل سیٹ = {4}

(ii) $3\times\square=15$ میں اگر $\square$ کی بجائے 5 رکھ دیا جائے تو فقرہ درست ہو جاتا ہے۔
لہٰذا حل سیٹ = {5}

(iii) $\square\div2=12$ میں اگر $\square$ کی بجائے 24 رکھ دیا جائے تو فقرہ درست ہو جاتا ہے۔
لہٰذا حل سیٹ = {24}

باب 3

اجزائے ضربی - عادِ اعظم اور ذُو اضعاف اقل

تقسیم پذیری اور اجزائے ضربی کے بارے میں آپ جماعت پنجم میں پڑھ چکے ہیں۔ یہاں اعادہ کی خاطر کچھ مزید سوالات دیے جا رہے ہیں۔

اجزائے ضربی :

مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کریں :

$$4 \times 3 = 12$$

$$5 \times 3 = 15$$

$$8 \times 4 = 32$$

ان مثالوں میں ایک مرکب عدد کو دو اعداد کے حاصلِ ضرب کے طور پر دکھایا گیا ہے۔ ان ہی اعداد کو ہم مندرجہ ذیل طریقوں سے ظاہر کر سکتے ہیں۔

$$12 \times 1 = 6 \times 2 = 12$$

$$15 \times 1 = 15$$

$$32 \times 1 = 2 \times 16 = 32$$

پس معلوم ہوا کہ ایک مرکب عدد کو اعداد کے حاصلِ ضرب کے طور پر مختلف طریقوں سے ظاہر کیا جا سکتا ہے۔ مثلاً

$$24 \times 1 = 6 \times 4 = 12 \times 2 = 8 \times 3 = 24$$

ان میں سے ہر ایک کو 24 کی تجزی کہتے ہیں۔

عدد 24 کی ان چار تجزیوں میں سے کوئی سی تجزی مثلاً 4×6 لیجیے۔ ہم دیکھتے ہیں

کہ $2 \times 2 = 4$ اور $3 \times 2 = 6$ اب اگر ہم 4 اور 6 کی بجائے ان کی تجزیاں لکھیں تو $3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$ اس آخری تجزی میں تمام اجزائے ضربی مفرد اعداد ہیں - لہٰذا ان اجزائے ضربی کی مزید تجزیاں ممکن نہیں۔

کسی عدد کی ایسی تجزی جس میں تمام اجزائے ضربی مفرد اعداد ہوں، اس عدد کی مفرد تجزی کہلاتی ہے۔ مفرد تجزی کی چند اور مثالیں لیجیے۔

$5 \times 3 \times 2 = 30$ یہاں $5 \times 3 \times 2$ عدد 30 کی مفرد تجزی ہے۔

$5 \times 2 \times 2 = 20$ یہاں $5 \times 2 \times 2$ عدد 20 کی مفرد تجزی ہے۔

اور $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$ عدد 64 کی مفرد تجزی ہے۔

اب عدد 40 لے کر اس کی مفرد تجزی بنائیے۔

مشق 3.1

1- مندرجہ ذیل اعداد میں سے ہر عدد کے عادوں کا سیٹ معلوم کریں۔

(i) 48 (ii) 45 (iii) 64 (iv) 74
(v) 72 (vi) 85 (vii) 17 (viii) 89
(ix) 59 (x) 110 (xi) 65 (xii) 112
(xiii) 116

2- کیا مندرجہ ذیل فقرے صحیح ہیں ؟

(i) 8 کے عادوں کا سیٹ 27 کے عادوں کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے۔
(ii) 6 کے عادوں کا سیٹ 15 کے عادوں کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے۔
(iii) 12 کے عادوں کا سیٹ 48 کے عادوں کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے۔
(iv) 7 کے عادوں کا سیٹ 49 کے عادوں کے سیٹ کا تحتی سیٹ ہے۔

3- $\{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ ایک دیا ہوا سیٹ ہے۔ کیا آپ کم از کم ایک ایسا عدد بتا سکتے ہیں جس کے عادوں کا سیٹ اس کا تحتی سیٹ ہو۔

4- مندرجہ ذیل اعداد کی تمام ایسی ممکن تجزیاں لکھیے جن میں دو دو اجزائے ضربی ہوں۔

(i) 28 (ii) 36 (iii) 48 (iv) 49

(v) 125 (vi) 110 (vii) 112

5- مندرجہ ذیل اعداد کی مفرد تجزیاں بنائیے۔

(i) 38 (ii) 45 (iii) 70 (iv) 106

(v) 116 (vi) 205 (vii) 210

6- مندرجہ ذیل اعداد کی مفرد تجزیاں لکھیے۔

(i) 630 (ii) 520 (iii) 2310 (iv) 7344

(v) 8820 (vi) 14175

7- تقسیم کا عمل کیے بغیر بتائیے کہ ذیل میں دیے گئے فقرے درست ہیں یا غلط۔

(i) 5872 عدد 9 پر پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

(ii) 1326 عدد 3 پر پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

(iii) 1112 عدد 4 پر پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

(iv) 2725 عدد 5 پر پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

(v) 2712 عدد 6 پر پورا تقسیم ہو جاتا ہے۔

عادِ اعظم۔

پچھلی جماعتوں میں آپ عادِ اعظم کی تعریف اور دو اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ اعادہ کے لیے ذیل میں دی گئی مشق کے سوالات حل کریں۔ اس کے بعد دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرنا سیکھیں گے۔

یاد رہے کہ "مشترک عادِ اعظم" کو مختصراً "عادِ اعظم" لکھا جاتا ہے۔

مشق 3.2

1- ذیل میں دیے گئے اعداد کے جوڑوں کے عادِ اعظم ان کے عادوں کے سیٹ بنا کر معلوم کریں۔

(i) 45 ، 48   (ii) 15 ، 60   (iii) 49 ، 28   (iv) 20 ، 55

(v) 12 ، 17   (vi) 40 ، 25   (vii) 19 ، 17   (viii) 16 ، 15

2– تقسیم کے قاعدے سے مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کے عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

(i) 165 ، 88   (ii) 273 ، 252   (iii) 141 ، 168

(iv) 350 ، 378   (v) 1295 ، 795   (vi) 1000 ، 1160

3– وہ بڑے سے بڑا عدد معلوم کریں جو 432 اور 412 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہو۔

4– دو سڑکوں کی لمبائی 1510 اور 1625 کلومیٹر ہے۔ ایک ایسے بڑے سے بڑے پیمانے کی لمبائی معلوم کریں جو ان دونوں سڑکوں کو پُورا پُورا ماپ سکے۔

5– مندرجہ ذیل مفرد اعداد کا عادِ اعظم معلوم کریں۔

(i) 17 ، 13   (ii) 117 ، 113   (iii) 317 ، 19   (iv) 317 ، 119

6– کوئی سے دو مفرد اعداد کا عادِ اعظم کیا ہوگا؟

7– دو طاق اعداد کا عادِ اعظم 2 ہو سکتا ہے یا نہیں؟

8– اگر کوئی سے دو جفت اعداد لیے جائیں تو کیا 4 ان کا عادِ اعظم ہوگا؟ اگر جواب 'نہیں' ہو تو مثال دے کر واضح کریں۔

9– کیا 7 ایسے دو اعداد کا عادِ اعظم ہو سکتا ہے جو دونوں جفت ہوں؟

10– مثال دے کر واضح کریں کہ 13 ایسے دو اعداد کا عادِ اعظم ہو سکتا ہے، جن میں سے ایک جفت اور دوسرا طاق ہو۔

11– وہ بڑے سے بڑا عدد بتائیں جو 240 اور 456 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہو۔

12– 39 اور 52 کا عادِ اعظم 10 سے کتنا بڑا اور 25 سے کتنا چھوٹا ہے؟

دو سے زیادہ اعداد کا عادِ اعظم۔

اگر تین اعداد کا عادِ اعظم معلوم کرنا مطلوب ہو تو پہلے ان میں سے کوئی سے دو اعداد لے کر ان کا عادِ اعظم معلوم کرتے ہیں۔ ان دو اعداد کے عادِ اعظم اور تیسرے عدد کا عادِ اعظم دیے گئے تین اعداد کا عادِ اعظم ہوتا ہے۔

مثال 1 : 18، 24 اور 20 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل : ہم ان میں سے کوئی دو اعداد مثلاً 18، 24 کا عادِ اعظم پہلے معلوم کرتے ہیں۔

18 اور 24 کا عادِ اعظم 6 ہے۔

```
18 / 24 \ 1
     18
   6 / 18 \ 3
       18
        0
```

اب 6 اور 20 کا عادِ اعظم معلوم کیا۔

6 اور 20 کا عادِ اعظم 2 ہے پس

18، 24 اور 20 کا عادِ اعظم 2 ہے۔

```
6 / 20 \ 3
    18
  2 / 6 \ 3
      6
      0
```

مثال 2 : 65، 160 اور 415 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل : پہلے 160 اور 65 کا عادِ اعظم معلوم کیا۔

160 اور 65 کا عادِ اعظم 5 ہے۔

```
65 / 160 \ 2
     130
   30 / 65 \ 2
        60
       5 / 30 \ 6
           30
            0
```

اب 5 اور 415 کا عادِ اعظم معلوم کیا۔

5 اور 415 کا عادِ اعظم 5 ہے۔

لہٰذا 65، 160 اور 415 کا عادِ اعظم 5 ہے۔

```
5 / 415 \ 83
    40
     15
     15
      0
```

مثال 3 : 1211، 2555 اور 1512 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل : پہلے 1211 اور 2555 کا عادِ اعظم معلوم کیا۔

1211 اور 2555 کا عادِ اعظم 7 ہے۔

```
1211 / 2555 \ 2
       2422
    133 / 1211 \ 9
          1197
        14 / 133 \ 9
             126
           7 / 14 \ 2
               14
                0
```

اب 7 اور 1512 کا عادِ اعظم معلوم کیا۔

7 عدد 1512 کو پُورا تقسیم کرتا ہے۔

لہٰذا ان اعداد کا عادِ اعظم 7 ہے۔

پس 1211، 2555 اور 1512 کا عادِ اعظم 7 ہے۔

```
7 / 1512 \ 216
    14
     11
      7
     42
     42
      0
```

مثال 4 : 216 ، 772 ، 468 اور 816 کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

حل : ایسی صورت میں جب دیے گئے اعداد کی تعداد تین سے زیادہ ہو تو اُن کے جوڑے بنا کر ان کا عادِ اعظم معلوم کیا جاتا ہے۔ جو عادِ اعظم معلوم ہو جاتے ہیں۔ اُن کے پھر جوڑے بنا کر اس عمل کو دہرایا جاتا ہے جب تک ایک عادِ اعظم معلوم نہیں ہو جاتا۔

دی ہوئی مثال میں اعداد کے دو جوڑے بنائیے۔ ایک جوڑے میں 216 ، 772 کو رکھا اور دوسرے میں 468 اور 816 کو رکھا۔ ان دو جوڑوں کا علیحدہ علیحدہ عادِ اعظم معلوم کیا۔

```
216 ) 772 ( 3
      648
124 ) 216 ( 1
      124
 92 ) 124 ( 1
       92
 32 )  92 ( 2
       64
 28 )  32 ( 1
       28
  4 )  28 ( 7
       28
        0

468 ) 816 ( 1
      468
348 ) 468 ( 1
      348
120 ) 348 ( 2
      240
108 ) 120 ( 1
      108
 12 ) 108 ( 9
      108
        0
```

ان دو جوڑوں کے عادِ اعظم 4 اور 12 ہیں اور 4 ، 12 کا عادِ اعظم 4 ہے۔ لہٰذا دیے گئے اعداد کا عادِ اعظم 4 ہے۔

مشق 3.3

1۔ مندرجہ ذیل اعداد کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

(i) 75 ، 60 ، 55 (ii) 56 ، 64 ، 102 (iii) 712 ، 368 ، 256

(iv) 255 ، 180 ، 150 (v) 189 ، 297 ، 135 (vi) 207 ، 1701 ، 801

(vii) 240 ، 160 ، 64

2۔ مندرجہ ذیل اعداد کا عادِ اعظم معلوم کیجیے۔

(i) 100 ، 225 ، 625 ، 175   (ii) 95 ، 190 ، 133 ، 228

(iii) 104 ، 169 ، 260 ، 143   (iv) 340 ، 187 ، 510 ، 102

(v) 138 ، 299 ، 230 ، 345   (vi) 473 ، 215 ، 301 ، 430

ذواضعاف اقل

پچھلی جماعتوں میں آپ ذواضعاف اقل کی تعریف اور تین اعداد کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا سیکھ چکے ہیں۔ یہاں ہم تین سے زیادہ اعداد کا ذواضعاف اقل معلوم کرنا سیکھیں گے۔ یاد رہے کہ "مشترک ذواضعاف اقل" کو مختصراً "ذواضعاف اقل" لکھا جاتا ہے۔

مثال 1 : 64 ، 75 ، 30 اور 40 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل :

2	64	75	30	40
2	32	75	15	20
2	16	75	15	10
5	8	75	15	5
3	8	15	3	1
	8	5	1	1

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 8 \times 5 = 4800$

تشریح : دیے گئے اعداد کو ایک قطار میں اوپر دیے گئے طریقہ کے مطابق لکھا۔ ایک ایسا عدد تلاش کیا جو دیے ہوئے اعداد میں سے کم از کم دو کو پُورا تقسیم کرتا ہو۔ نیچے کی قطار میں تقسیم ہونے والے اعداد کا خارج قِسمت اور باقی اعداد کو لکھ دیا۔ اس طریقہ کو اس وقت تک جاری رکھا جب تک ایسے اعداد نہ بچ جائیں جن کا مشترکہ عاد 1 کے سوا کوئی نہ ہو۔ تقسیم کرنے والے اعداد اور آخری حاصل شدہ اعداد کو باہم ضرب دینے سے دیے گئے اعداد کا ذواضعاف اقل حاصل ہوا۔

مثال 2 : 35 ، 80 ، 72 اور 30 کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل :

2	35 — 80 — 72 — 30
2	35 — 40 — 36 — 15
2	35 — 20 — 18 — 15
5	35 — 10 — 9 — 15
3	7 — 2 — 9 — 3
	7 — 2 — 3 — 1

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 7 \times 2 \times 3 = 5040$

مشق 3.4

1۔ مندرجہ ذیل اعداد کا ذواضعاف اقل ان کے اضعاف کے سیٹ بنا کر معلوم کیجیے۔

(i) 20، 8 (ii) 20، 15 (iii) 24، 16 (iv) 28، 12
(v) 5، 7 (vi) 2، 5، 3 (vii) 5، 3، 7 (viii) 4، 10، 8
(ix) 4، 9، 6 (x) 11، 10، 5

2۔ مندرجہ ذیل اعداد کا ذواضعاف اقل ان کی مفرد تجزیاں لکھ کر معلوم کیجیے۔

(i) 25، 20 (ii) 28، 24 (iii) 64، 56
(iv) 64، 72 (v) 75، 90 (vi) 60، 20، 12 (vii) 11، 5، 7

3۔ مندرجہ ذیل اعداد کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 70، 12، 15 (ii) 80، 45، 35
(iii) 60، 85، 25 (iv) 35، 77، 110
(v) 76، 100، 95 (vi) 60، 64، 24، 30
(vii) 56، 49، 60، 16 (viii) 75، 63، 84، 80

4۔ مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 14، 5 (ii) 25، 9 (iii) 64، 17
(iv) 32، 35 (v) 81، 80 (vi) 100، 99

5۔ مندرجہ ذیل اعداد کے جوڑوں کا ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

(i) 7، 5 (ii) 17، 11 (iii) 19، 13

(iv) 37 ، 23 (v) 41 ، 29 (vi) 43 ، 53

6۔ کوئی سے دو مسلسل مفرد اعداد کا ذواضعاف اقل ان کے حاصلِ ضرب کے برابر ہوتا ہے
جواب ہاں یا نہیں میں دیں ۔

7۔ کوئی سے دو مفرد اعداد کا ذواضعاف اقل ان کے حاصلِ ضرب کے برابر ہوتا ہے ۔
جواب ہاں یا نہیں میں دیں ۔

8۔ ایسا چھوٹے سے چھوٹا عدد کیا ہوگا جو 116 اور 68 پر پُورا تقسیم ہو سکے ۔

9۔ ایک ڈبے میں کم از کم کتنے لڈّو ہوں جو 15 یا 25 یا 45 بچّوں میں پُورے پُورے تقسیم ہوسکیں ۔

10۔ ایک ٹوکرے میں کم از کم کتنے سیب ہوں جو 8 یا 12 یا 16 یا 24 بچّوں میں پُورے پُورے تقسیم ہو سکیں ۔

عادِ اعظم اور ذواضعاف اقل کا باہمی تعلّق

ذواضعاف اقل بذریعہ مفرد تجزی معلوم کرنے کی ایک مثال لیجیے ۔

$$48 = 3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$64 = 2 \times 2 \times \not{2} \times \not{2} \times \not{2} \times \not{2}$$

ذواضعاف اقل $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 192$

یا اسے ہم یوں بھی لکھ سکتے ہیں

$$(2 \times 2 \times \not{2} \times \not{2} \times \not{2} \times \not{2}) \times (3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2)$$

جس کا مطلب یہ ہوتا ہے کہ ہم نے 48 × 64 کو 16 پر تقسیم کر دیا ۔ تھوڑا سا سوچنے پر معلوم ہوا کہ 48 اور 64 کا عادِ اعظم 16 ہے ۔ لہٰذا ذواضعاف اقل معلوم کرنے کے لیے ہم نے اعداد کے حاصلِ ضرب کو ان کے عادِ اعظم پر تقسیم کیا ۔

پس ظاہر ہُوا کہ

دیے ہوئے دو اعداد کا ذواضعاف اقل $= \dfrac{\text{اعداد کا حاصلِ ضرب}}{\text{ان کا عادِ اعظم}}$

$$\text{اور ان اعداد کا عادِ اعظم} = \frac{\text{اعداد کا حاصلِ ضرب}}{\text{ان کا ذواضعاف اقل}}$$

اعداد کا حاصلِ ضرب = عادِ اعظم × ذواضعاف اقل

مندرجہ ذیل مثالوں سے اس کی مزید وضاحت ہوگی۔

مثال 1 : دو اعداد کا عادِ اعظم 5 اور ذواضعاف اقل 150 ہے۔ اعداد کا حاصلِ ضرب معلوم کیجیے۔

حل : اعداد کا حاصلِ ضرب = عادِ اعظم × ذواضعاف اقل = $5 \times 150 = 750$

مثال 2 : اگر دو اعداد کا حاصلِ ضرب 750 ہو اور ان میں سے ایک عدد 25 ہو تو دوسرا عدد معلوم کیجیے۔

حل : اعداد کا حاصلِ ضرب = 750

ایک عدد = 25

دوسرا عدد = $\frac{750}{25} = 30$

مثال 3 : دو اعداد کا حاصلِ ضرب 384 ہے۔ اگر ان کا عادِ اعظم 8 ہو تو ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

حل : اعداد کا حاصل ضرب = 384

عادِ اعظم = 8

$$\text{ذواضعاف اقل} = \frac{\text{اعداد کا حاصلِ ضرب}}{\text{عادِ اعظم}}$$

لہٰذا ذواضعاف اقل = $\frac{384}{8} = 48$

مشق 3.5

1۔ کوئی سے دو اعداد کا حاصلِ ضرب 3584 ہے۔ اگر ان کا عادِ اعظم 8 ہو تو ذواضعاف اقل معلوم کیجیے۔

2۔ دو اعداد کا حاصلِ ضرب 5600 ہے۔ ان کا عادِ اعظم 10 ہے۔ ذواضعاف اقل

باب 4

کسورِ عام و کسورِ اعشاریہ

کسورِ عام

پچھلی جماعتوں میں آپ عام کسروں کے متعلق پڑھ چکے ہیں۔ آپ کسروں کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے ابتدائی قاعدوں سے واقف ہیں۔ اس باب میں ہم کسروں کا مزید مطالعہ کریں گے۔ ذیل کی مثالوں میں ہم کسروں پر بنیادی عوامل سیکھیں گے۔

مثال 1 ؛ مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

$$\frac{7}{8}+\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}$$

حل ؛

پہلے ضرب کا عمل کیا ؛ $\frac{3}{10}=\frac{3\times 1}{5\times 2}=\frac{3}{5}\times\frac{1}{2}$

اب جمع کا عمل کیا ؛ $1\frac{7}{40}=\frac{47}{40}=\frac{35+12}{40}=\frac{7}{8}+\frac{3}{10}$

مثال 2 ؛ حل کیجیے۔

$$\frac{1}{2}-\frac{7}{4}\times\frac{5}{6}$$

حل ؛

پہلے ضرب کا عمل کیا ؛ $\frac{35}{24}=\frac{7\times 5}{4\times 6}=\frac{7}{4}\times\frac{5}{6}$

پھر تفریق کا عمل کیا ؛ $\frac{23}{24}=\frac{12-35}{24}=\frac{1}{2}-\frac{35}{24}$

مثال 3 ؛ حل کیجیے۔

$$\frac{1}{2}\div 5\frac{7}{8}\times 1\frac{9}{10}$$

حل : پہلے مخلوط کسروں کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کیا۔

دیا ہوا جملہ = $\frac{1}{2} \div \frac{47}{8} \times \frac{19}{10}$

پہلے تقسیم کا عمل کیا : $\frac{47}{4} = \frac{\cancel{2}^{1}}{1} \times \frac{47}{\cancel{8}_{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{47}{8}$

اب ضرب کا عمل کیا : $22\frac{13}{40} = \frac{893}{40} = \frac{47}{4} \times \frac{19}{10}$

مثال، 4 : حل کیجیے۔

$$\frac{1}{6} - \frac{20}{7} \div \frac{7}{4}$$

حل : پہلے تقسیم کا عمل کیا : $\frac{49}{80} = \frac{7}{20} \times \frac{7}{4} = \frac{20}{7} \div \frac{7}{4}$

اس کے بعد تفریق کا عمل کیا : $\frac{107}{240} = \frac{40 - 147}{240} = \frac{1}{6} - \frac{49}{80}$

مثال 5 : حل کیجیے۔

$$\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \div 2\frac{5}{8}$$

حل : پہلے مخلوط کسروں کو غیر واجب کسروں میں تبدیل کیا۔

$$\frac{8}{9} + \frac{1}{2} \div \frac{21}{8}$$

پھر تقسیم کا عمل کیا : $\frac{21}{4} = {}^{1}\frac{\cancel{2}}{1} \times \frac{21}{\cancel{8}_{4}} = \frac{1}{2} \div \frac{21}{8}$

اب جمع کا عمل کیا : $6\frac{5}{36} = \frac{221}{36} = \frac{32 + 189}{36} = \frac{8}{9} + \frac{21}{4}$

یاد رہے کہ اگر جمع ، تفریق ، ضرب اور تقسیم کے عوامل ایک ہی جملہ میں اکٹھے ہو جائیں تو اس کے حل کے لیے سب سے پہلے تقسیم کا عمل کیا جاتا ہے۔ اس کے بعد ضرب کا عمل کیا جاتا ہے۔ پھر تفریق کا عمل کیا جاتا ہے اور سب سے آخر میں جمع کا عمل کیا جاتا ہے۔ اختصار کے لیے جمع اور تفریق کا عمل ایک ساتھ بھی

کر دیا جاتا ہے -

مثال 6 : حل کیجیے -

$$\frac{5}{6}\times\frac{15}{16}\div 2\frac{7}{8}-1\frac{3}{4}+1\frac{1}{2}$$

حل : دیے ہوئے جملے میں مخلوط کسروں کو غیر واجب کسروں میں بدلنے سے

دیا ہوا جملہ $=\frac{5}{6}\times\frac{15}{16}\div\frac{23}{8}-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}$

سب سے پہلے تقسیم کا عمل کیا : $\frac{46}{15}=\frac{\cancel{16}^{\,2}}{15}\times\frac{23}{\cancel{8}}=\frac{15}{16}\div\frac{23}{8}$

اب دیے ہوئے جملے کی صورت یہ ہوگی : $\frac{5}{6}\times\frac{46}{15}-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}$

اب ضرب کا عمل کیا : $\frac{23}{9}=\frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{6}_{3}}\times\frac{\cancel{46}^{23}}{\cancel{15}_{3}}$

اس عمل کے بعد دیے ہوئے جملے کی یہ صورت ہوگی : $\frac{23}{9}-\frac{7}{4}+\frac{3}{2}$

$$\frac{25}{36}=\frac{92-63+54}{36}=$$

مشق 4.1

مندرجہ ذیل کو حل کریں :

1- $\frac{1}{12}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}$

2- $\frac{1}{12}-\frac{5}{6}+\frac{3}{8}$

3- $\frac{11}{18}-1\frac{1}{6}+1\frac{1}{3}$

4- $\frac{4}{15}+\frac{7}{10}-2\frac{2}{5}$

5- $1\frac{1}{2}+\frac{4}{9}\times\frac{5}{16}$

6- $5\frac{1}{4}+\frac{26}{48}\times 1\frac{3}{13}$

7- $\frac{3}{5}-\frac{21}{10}\times\frac{4}{9}$

8- $1\frac{5}{21}-1\frac{3}{12}\times 1\frac{5}{6}$

9- $1\frac{1}{2} \times 7\frac{1}{5} - 42$

10- $\frac{5}{6} + 8\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} - 25$

11- $1\frac{5}{6} + \frac{28}{3} \div 2\frac{5}{8}$

12- $2\frac{5}{8} \div \frac{28}{3} - 11\frac{5}{6}$

13- $4\frac{3}{8} \times 1\frac{2}{7} \div 4\frac{1}{2}$

14- $\frac{8}{45} \times 3\frac{1}{2} \div 1\frac{7}{8} \times 4\frac{1}{2}$

مندرجہ ذیل سوالات کو حل کیے بغیر بتائیں کہ :

15- کیا $\frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} + 2\right) = \frac{1}{2} + \left(\frac{3}{4} + 2\right)$ ؟ کیوں

16- کیا $5\frac{5}{9} \times \left(1\frac{2}{7} \times \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{5} \times \left(1\frac{2}{7} \times 5\frac{5}{9}\right)$ ؟ کیوں

17- کیا $13\frac{2}{17} \times 2\frac{1}{5} + 7\frac{2}{3} \times 2\frac{1}{5} = \left(13\frac{2}{17} + 7\frac{2}{3}\right) \times 2\frac{1}{5}$ ؟ کیوں

18- کیا $\frac{23}{37} \times 1\frac{1}{3} - \frac{15}{19} \times 1\frac{1}{3} = \left(\frac{23}{37} - \frac{15}{19}\right) \times 1\frac{1}{3}$ ؟ کیوں

خطوطِ وحدانی

ریاضی میں بعض اوقات عوامل کے درمیان چند وقفے استعمال کیے جاتے ہیں - ان وقفوں کو خطوطِ وحدانی کہتے ہیں - علامت "( )" کو چھوٹے خطوطِ وحدانی، "{ }" کو درمیانے خطوطِ وحدانی اور "[ ]" کو بڑے خطوطِ وحدانی کہا جاتا ہے - آیندہ مثالوں میں ہم ان کسروں کو حل کرنا پڑھیں گے جن میں خطوطِ وحدانی استعمال ہوئے ہیں -

مثال 1 : $\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) + \frac{1}{3}$ کو حل کیجیے -

حل : دیا گیا جملہ $= \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) + \frac{1}{3}$

پہلے چھوٹے خطوطِ وحدانی کے اندر مقداروں کو مختصر کیا -

$$\frac{3}{4} - \frac{5}{6} = \frac{9 - 10}{12} = \frac{1}{12}$$

دیا ہوا جملہ $= \left(\frac{1}{12}\right) + \frac{1}{3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} = \frac{1 + 4}{12} = \frac{5}{12}$

مثال 2 : حل کیجیے۔

$$\left(\frac{6}{7}+\frac{5}{7}\right)-2\frac{1}{2}$$

حل : پہلے خطوطِ وحدانی کے اندر کی مقداروں کو حل کیا۔

$$\frac{11}{7}=\frac{6+5}{7}=\frac{6}{7}+\frac{5}{7}$$

اب $\frac{13}{14}=\frac{22-35}{14}=\frac{11}{7}-\frac{5}{2}=\left(\frac{11}{7}\right)-2\frac{1}{2}$

مثال 3 : مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔

$$\left\{\left(\frac{15}{16}+\frac{1}{2}\right)+\frac{3}{4}\right\}-3\frac{7}{8}$$

حل : سب سے پہلے چھوٹے خطوطِ وحدانی کے اندر کی مقداروں کو مختصر کیا۔

$$\frac{23}{16}=\frac{15+8}{16}=\frac{15}{16}+\frac{1}{2}$$

اب دیا ہوا جملہ $=\left\{\frac{23}{16}+\frac{3}{4}\right\}-3\frac{7}{8}$

اب درمیانے خطوطِ وحدانی کے اندر کی مقداروں کو مختصر کیا۔

$$\frac{35}{16}=\frac{23+12}{16}=\frac{23}{16}+\frac{3}{4}$$

دیا ہوا جملہ $=\left\{\frac{35}{16}\right\}-3\frac{7}{8}$

$$1\frac{11}{16}=\frac{27}{16}=\frac{35-62}{16}=\frac{35}{16}-\frac{31}{8}$$

نوٹ : خطوطِ وحدانی کی اندر کی مقداروں کو حل کرنے کے عمل کو خطوطِ وحدانی کا کھولنا کہتے ہیں۔ اس عمل کے بعد حاصلِ عمل کو خطوطِ وحدانی کے اندر رکھنے کی ضرورت نہیں ہوتی۔

مثال 4 : حل کیجیے۔

$$\left[\frac{15}{16} - \left\{1\frac{3}{4} + \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{8}\right)\right\} + \frac{4}{5}\right] \div 4\frac{5}{6}$$

حل : دیا ہوا جملہ : $\left[\frac{15}{16} - \left\{\frac{7}{4} + \left(\frac{7}{12} - \frac{5}{8}\right)\right\} + \frac{4}{5}\right] \div \frac{29}{6}$

$$\left[\frac{15}{16} - \left\{\frac{7}{4} + \left(\frac{14-15}{24}\right)\right\} + \frac{4}{5}\right] \div \frac{29}{6}$$

$$\left[\frac{15}{16} - \left\{\frac{7}{4} + \frac{1}{24}\right\} + \frac{4}{5}\right] \div \frac{29}{6} =$$

$$\left[\frac{15}{16} - \left\{\frac{42+1}{24}\right\} + \frac{4}{5}\right] \div \frac{29}{6} =$$

$$\left[\frac{15}{16} - \frac{43}{24} + \frac{4}{5}\right] \div \frac{29}{6} =$$

$$\left[\frac{225 - 430 + 192}{240}\right] \div \frac{29}{6} =$$

$$\frac{\cancel{240}\,40}{397} \times \frac{29}{\cancel{6}} = \frac{397}{240} \div \frac{29}{6} =$$

$$2\frac{366}{397} = \frac{1160}{397} =$$

مشق 4.2

حل کیجیے۔

1۔ $\left(\frac{1}{4} \div \frac{16}{17} \times \frac{3}{4}\right) \times \left(\frac{15}{16} - \frac{9}{12} + \frac{7}{8}\right)$

2۔ $\left(\frac{5}{12} - \frac{7}{12}\right) - \frac{5}{6} + \left(1\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}\right)$

3۔ $\left\{\left(\frac{3}{7} \div 1\frac{13}{14}\right) + 3\frac{6}{7}\right\} - 9$

مثال 2 : ایک شخص 5000 روپے کی جائیداد چھوڑ کر مرا۔ اس کی جائیداد کا $\frac{1}{8}$ اس کی بیوی کو مِلا۔ باقی کا $\frac{2}{5}$ اس کے بیٹے کو اور $\frac{3}{5}$ تین بیٹیوں میں برابر برابر تقسیم ہوا۔ بتائیے ہر بیٹے اور ہر بیٹی کو کیا مِلا۔

حل : کل جائیداد کی مالیت = 5000 روپے

بیوی کا حِصّہ = $\frac{1}{8} \times 5000^{625} = 625$ روپے

باقی جائیداد کی مالیت = $5000 - 625 = 4375$ روپے

تین بیٹیوں کا حِصّہ = $\frac{3}{5} \times 4375^{875} = 2625$ روپے

لہٰذا ایک بیٹی کا حِصّہ = $\frac{1}{3} \times 2625^{875} = 875$ روپے

بیٹے کا حِصّہ = $\frac{2}{5} \times 4375^{875} = 1750$ روپے

مشق 4.3

1. ارشد کو اپنے باپ کی جائداد کا $\frac{3}{4}$ حِصّہ ملا۔ اگر اسے کل 6000 روپے ملے ہوں تو اس کے باپ کی جائداد کی مالیت بتائیے۔
2. اسلم کی عُمر 20 سال اور حمید کی عُمر 45 سال ہے۔ 5 سال بعد اسلم کی عُمر حمید کی عُمر کی کون سی کسر ہوگی؟
3. ایک گوالے کے پاس 10 لیٹر دودھ ہے۔ اس نے پہلے گاہک کو کُل دُودھ کا $\frac{7}{15}$، دوسرے کو $\frac{1}{6}$ اور تیسرے کو $\frac{3}{10}$ حصّہ دیا۔ بتائیے گوالے کے پاس کتنا دُودھ باقی بچا۔
4. ایک پودے کی کل اُونچائی 6 ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا $\frac{2}{3}$ حصّہ پانی میں ہے اور باقی پانی سے باہر ہے۔ بتائیے پودے کی کتنی لمبائی پانی کے اندر ہے اور کتنی باہر؟

5۔ اکرم کو اپنے باپ سے وراثت کا $\frac{4}{5}$ حصہ ملا۔ اگر اسے 5 ہزار روپے ملے ہوں تو وراثت کی کل مالیت بتائیں۔

کسور اعشاریہ

آپ سابقہ جماعتوں میں کسورِ اعشاریہ کی جمع، تفریق اور سادہ ضرب و تقسیم سیکھ چکے ہیں۔ یہاں ہم کسورِ اعشاریہ کے متعلق کچھ اور سیکھیں گے۔ اس سبق کا آغاز ہم چند مثالوں سے کرتے ہیں۔ جن سے پچھلی جماعتوں کے کام کا اعادہ ہوگا۔

مثال 1 : حل کیجیے۔

$4.31 \times 2.32 + 1.25$

حل : دیا ہوا جملہ $4.31 \times 2.32 + 1.25$

سب سے پہلے ضرب کا عمل کیا $9.9992 = 4.31 \times 2.32$

اب $11.2492 = 9.9992 + 1.25 = 4.31 \times 2.32 + 1.25$

مثال 2 : حل کیجیے۔

$.6 \div 2.52 - 6.713$

حل : پہلے تقسیم کا عمل کیا $4.2 = .6 \div 2.52$

لہٰذا $.6 \div 2.52 - 6.713$

$2.513 = 4.2 - 6.713 =$

مثال 3 : حل کیجیے۔

$1.2 \div 3.6 - 2.52 + 5.13$

حل : پہلے تقسیم کا عمل کرنے سے $3 = 1.2 \div 3.6$

اب دیا ہوا جملہ $4.65 = 3 - 2.52 + 5.13 =$

مثال 4 : حل کیجیے۔

$6.2 \div 3.1 \times 7.13$

حل : پہلے تقسیم کا عمل کیا $.5 = 6.2 \div 3.1$

اب ضرب کا عمل کیا $3.565 = .5 \times 7.13$

مشق 4.4

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے -

1. $3.8 \div 7.6 + 5.2$
2. $9 \div 1.8 + 2 - 7.56$
3. $.6 \div 1.8 + 2 - 7.56$
4. $1.2 \div 4.02 \times 3.52 + 5.06$
5. $20 \div .2 \times 9.74 - 5.08 + 14.1174$
6. $.0002 - .002 \times .02 \div .2$
7. $3.78 + 5 \div 4 - 8.96$
8. $1.1 \times 4 \div 7.9 + 2 - 9.8275$
9. $12.71 + 4.61 - 6 \div 8.7$
10. $7.8 \times 5 \div 9.7 + 3.671 - 8$

کسر اعشاریہ کی تقریبی قیمت

کسر 2.73 پر غور کریں - یہ کسر 2.50 یعنی $2\frac{1}{2}$ سے بڑی ہے، لیکن 3 سے کم ہے۔ یہ کسر 2 کی نسبت 3 سے زیادہ قریب ہے -

پس اگر ہمارا واسطہ صحیح اعداد سے ہو تو 2.73 کی تقریبی قیمت 3 لی جا سکتی ہے۔ اب یہ کسر 2.70 سے زیادہ قریب ہے بہ نسبت 2.80 کے -

کیونکہ 2.73 اور 2.70 کا فرق .03 ہے جبکہ 2.73 اور 2.80 کا فرق .07 ہے - پس ایک درجہ اعشاریہ تک 2.73 کی تقریبی قیمت 2.7 ہے -

اب کسر 5.231 پر غور کیجیے - ایک درجہ اعشاریہ تک اس کسر کی تقریبی قیمت 5.2 ہوگی۔ دو درجے اعشاریہ تک اس کی قیمت 5.23 ہوگی۔

اُوپر دی گئی مثالوں سے ایک اُصول حاصل ہوتا ہے اور وہ اصول یہ ہے کہ اگر کسی درجہ اعشاریہ کی کسر کو اُس سے ایک کم درجہ کی تقریباً برابر کسر میں تبدیل کرنا ہو تو مقرر کردہ درجہ سے اگلے ہندسہ کو دیکھتے ہیں - اگر یہ ہندسہ 5 سے بڑا ہو تو اس سے پہلے درجہ کے ہندسہ سے اگلا بڑا ہندسہ لکھ دیا جاتا ہے - مثلاً 2.76 کو 2.8 لکھ سکتے ہیں جب کہ کسر کی قیمت ایک درجہ اعشاریہ تک معلوم کرنا ہو -

اگر آخری ہندسہ 5 سے چھوٹا ہو تو اس سے پہلے درجہ کا ہندسہ تبدیل نہیں ہوگا۔ مثلاً 5.231 کی دو درجہ اعشاریہ تک تقریبی قیمت 5.23 ہے۔ اور ایک درجہ اعشاریہ تک تقریبی قیمت 5.2 ہے۔

اگر آخری ہندسہ 5 کے برابر ہو تو اُوپر دی ہوئی دونوں صورتوں میں سے کوئی سی صورت اختیار کی جا سکتی ہے۔ مثلاً 2.55 کو ایک درجہ اعشاریہ کی کسر میں تقریباً 2.5 بھی لکھ سکتے ہیں اور تقریباً 2.6 بھی لکھ سکتے ہیں۔ چونکہ .55 دونوں کسروں .60 اور .50 سے برابر برابر قریب یا دُور ہے۔

کسورِ اعشاریہ کی تقریبی قیمتوں کا تقسیم میں استعمال:

اب تک ہم نے جتنے سوال حل کیے ہیں۔ ان میں تقسیم کنندہ مقسُوم علیہ کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے۔ سابقہ جماعتوں میں کسورِ عام کو کسورِ اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے تمام سوالات بھی کچھ اس قسم کے تھے کہ ایک حد تک جانے کے بعد باقی صفر رہ جاتا تھا۔ مثلاً $\frac{3}{4}$ کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے سے جواب .75 آتا ہے جو اس کا مکمل جواب ہے لیکن یہ ضروری نہیں کہ ہر صورت میں ایسا ہی ہو۔ وضاحت کے لیے مندرجہ ذیل مثالوں پر غور کیجیے۔

مثال 1: 8.7 کو 7 پر تقسیم کیجیے۔

حل: $7 \div 8.7$

```
7 / 8.7000 \ 1.2428
    7
    17
    14
     30
     28
      20
      14
       60
       56
        4
```

مثال 2: 8.5 کو .6 پر تقسیم کریں۔

حل:

$6 \div 85 = .6 \div 8.5$

```
6 / 85.0000 \ 14.1666
    6
    25
    24
     10
      6
      40
      36
       40
       36
        40
        36
         4
```

مثال 3 : $\frac{3}{7}$ کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔
حل :

```
7 / 3.0000 \ .4285
    28
    20
    14
     60
     56
      40
      35
       5
```

ہر صورت میں عمل کو بڑھانے سے معلوم ہو گا کہ یہ کبھی ختم نہیں ہو گا اور کسی مقام پر بھی صفر باقی نہیں بچے گا۔ ظاہر ہے ایسی صورت میں پورا پورا حاصلِ قسمت معلوم کرنا ممکن نہیں لہٰذا ہم کسی خاص مقرر کردہ درجہ اعشاریہ تک تقسیم کا عمل کر کے تقریبی خارج قسمت لکھ کر اس عمل کو ختم کر دیتے ہیں۔

بعض اوقات یہ بھی ہو سکتا ہے کہ خارج قسمت میں کسری حصہ چار، پانچ یا چھ درجے تک آئے۔ ایسی کسر کا درجہ کم کر کے کسی خاص مقرر کردہ درجہ تک ہم اس کا تقریبی جواب لکھ سکتے ہیں۔

مثال 4 : مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔ جواب تین درجہ اعشاریہ تک درست ہو۔

$1 \cdot 6 \div 27 \cdot 71$

حل :

$16 \div 277 \cdot 1 = 1 \cdot 6 \div 27 \cdot 71$

```
16 / 277.100 \ 17.318
     16
     117
     112
      51
      48
       30
       16
       140
       128
        12
```

خارج قسمت میں تین درجے اعشاریہ تک عمل جاری رکھنے کے بعد 12 باقی بچتا ہے جو کہ 16 کے نصف یعنی 8 سے بڑا ہے اس لیے تین درجے اعشاریہ تک تقریبی خارج قسمت 17.319 ہوگا۔

مثال 5 : $.9 \div 11.1$ کو حل کیجیے۔ جواب تین درجے اعشاریہ تک درست ہو۔

حل : $9 \div 111 = .9 \div 11.1$

```
9 / 111.000 \ 12.333
     9
    ---
     21
     18
    ---
      30
      27
     ---
       30
       27
      ---
        30
        27
       ---
         3
```

اس عمل کو اگر جاری رکھیں تو چوتھے درجے پر پھر 3 کا ہندسہ آئے گا۔
پس تین درجے اعشاریہ تک خارج قسمت = 12.333

اوپر دی گئی مثالوں سے ہم یہ نتیجہ نکالتے ہیں کہ خارج قسمت کے کسی خاص مقرر کردہ اعشاریہ کے بعد باقی بچنے والا عدد اگر تقسیم کنندہ کے نصف سے بڑا ہو تو خارج قسمت کے ہندسہ سے اگلا ہندسہ لکھنے سے تقریبی خارج قسمت معلوم ہوتا ہے۔ اگر باقی بچنے والا عدد تقسیم کنندہ کے نصف سے کم ہو تو آخری ہندسہ برقرار رہتا ہے۔

مشق 4.5

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔ جواب تین درجے اعشاریہ تک درست ہو۔

1۔ $5.6 \div 6.71$
2۔ $.09 \div 9.156$
3۔ $.13 \div 112.4$
4۔ $.012 \div 6.407$
5۔ $5.7 \div 43.6$

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔ جواب دو درجہ اعشاریہ تک درست ہو۔

6۔ $2.3 \div 0.27$
7۔ $.33 \div 2.788$
8۔ $7.9 \div 26.6$

9. $9.1 \div 6.11$ 10. $30 \div 31$

11. مندرجہ ذیل کسروں کو اعشاری کسروں میں تبدیل کیجیے۔ جواب تین درجے اعشاریہ تک درست ہو۔

(i) $\frac{1}{3}$ (ii) $\frac{2}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}$ (iv) $\frac{5}{31}$

(v) $\frac{4}{17}$ (vi) $\frac{6}{19}$ (vii) $\frac{8}{11}$ (viii) $\frac{2}{3}$

(ix) $\frac{8}{9}$ (x) $\frac{5}{22}$

مندرجہ ذیل کو حل کیجیے۔ جواب دو درجے تک درست ہو۔

12. $.03 \div 1.2 \times 5.261$ 13. $5.135 \times .02 \div 4.12$

14. $8 \div 6.4 \times 7.311$ 15. $.2 \times 4 \div 8.312$

16. $.004 \div .002 \times 5.3$

کسورِ اعشاریہ پر عبارتی سوالات

مثال: نعمان نے ایک دن میں ایک کتاب کا .3 حصہ پڑھا۔ اگر باقی 70 صفحے رہ گئے ہوں تو بتائیں کتاب کے کل کتنے صفحے ہیں؟

حل: ایک دن میں کتاب کا جو حصہ پڑھا = .3

باقی حصہ $= 1 - .3 = .7$

$= \frac{7}{10}$

کتاب کا $\frac{7}{10}$ حصہ = 70 صفحے

کتاب کے کل صفحات $= \frac{10}{\cancel{7}} \times \cancel{70}^{10} = 100$

مشق 4.6

1- ایک جائیداد کے .53 اور .38 حصوں کا فرق 1575.45 روپے ہے۔ کل جائیداد کی قیمت معلوم کریں۔

2- مندرجہ ذیل مربع کے خالی خانے اس طرح پُر کریں کہ ہر سطر، کالم اور وتر میں درج تین اعداد کا مجموعہ برابر ہو۔

2.6	1.9	
2.1	2.3	
	2.7	2

3- ایک محلہ کی آبادی کا .25 حصہ خواندہ اور باقی حصہ ناخواندہ افراد پر مشتمل ہے۔ اگر خواندہ لوگوں کی تعداد 5072 ہو تو ناخواندہ کی تعداد بتائیں۔

4- ایک لوہے کا ٹکڑا گرم کرنے سے اپنی لمبائی کا زیادہ سے زیادہ .0003 حصہ پھیل سکتا ہے۔ اگر ٹکڑے کی لمبائی 250 سم ہو تو بتائیں گرم کرنے کے بعد اس کے پھیلنے کے لیے کتنی جگہ درکار ہو گی۔

5- ایک شخص کے پاس کل 100 روپے تھے۔ اُس نے ایک دن اس رقم کا .3 حصہ دوسرے دن .57 حصہ اور تیسرے دن 10 روپے خرچ کیے۔ بتائیے اس کے پاس باقی کیا بچا؟

6- ایک کتاب میں 200 صفحات ہیں۔ ایک شخص نے ایک دن اس کا .3 حصہ اور دُوسرے دن باقی کا .5 حصہ پڑھ لیا۔ بتائیے کتنے صفحے پڑھنے باقی رہ گئے۔

7- ایک سکول کی پہلی جماعت میں 80 بچے پڑھتے تھے۔ امتحان میں اُن کا .8 حصہ پاس ہوکر

دوسری جماعت میں ہو گیا۔ جب دوسری جماعت کا امتحان ہوا تو دوسری جماعت کی تعداد کا 75. حصہ پاس ہوا۔ بتائیے تیسری جماعت میں کتنے بچّے پہنچے ؟

8۔ ایک سکوٹر کے پہیئے کا گھیر 8.345 ڈیسی میٹر ہے۔ اگر یہ پہیہ 15 منٹ میں 2500 چکّر لگائے تو بتائیں اس رفتار سے یہ سکوٹر ایک گھنٹے میں کتنا فاصلہ طے کرے گا۔

9۔ دو گاؤں کا درمیانی فاصلہ 5.36 کلومیٹر ہے۔ ایک سڑک اِن کی حدود کو ایک دوسرے سے الگ کرتی ہے۔ اگر اس سڑک کے وسط سے ایک گاؤں کا فاصلہ 3.65 کلومیٹر ہو۔ تو اس مقام سے دوسرے گاؤں کا فاصلہ معلوم کریں۔

10۔ میں نے ایک کتاب کا 25. حصہ پڑھ لیا ہے اگر اس کتاب میں صفحات کی کل تعداد 320 ہو، تو بتائیے کہ کتنے صفحے پڑھنے باقی ہیں۔

11۔ پیرس کا ایفل مینار 300 میٹر اُونچا ہے۔ اگر ایک میٹر 1.09 گز ہو، تو اس مینار کی بلندی گزوں میں معلوم کریں۔

12۔ ایک گوالے کے پاس 35 لیٹر دُودھ تھا۔ اس کا 4. حصہ اس نے ایک دکان پہ دیا اور باقی کا 5. حصہ دوسری دکان پر۔ اس کے پاس کتنے لیٹر دودھ باقی رہ گیا؟

باب 5

اوسط

اوسط عربی زبان کا لفظ ہے۔ جس کا مطلب ہے "عین درمیان میں"۔ ریاضی میں جب بہت سی مقداریں دی گئی ہوں تو ایک ایسی مقدار جس کو ان کی درمیانی مقدار کہا جا سکے، ان مقداروں کی اوسط کہلاتی ہے۔ مثلاً قدرتی اعداد 10، 11، 12 میں سے عدد 11 دو اعداد کے درمیان واقع ہے اور ان دونوں سے اُس کا فرق برابر ہے۔ یہاں 11 اعداد 10 اور 12 کی اوسط ہے۔

ریاضی کی زبان میں اوسط مقدار دی گئی مقداروں کی نمائندگی کرتی ہے۔ اس کی ایک مثال لیجیے۔ فرض کیا آپ نے بازار سے چھٹی جماعت کی کچھ کتابیں خریدی ہیں۔ ریاضی کی کتاب 5.75 روپے کی ہے۔ اردو کی کتاب 4.90 روپے کی ہے۔ اور سائنس کی کتاب 4.35 روپے کی ہے۔ ان تین کتابوں پر آپ نے کل پندرہ روپے خرچ کیے۔ اگر آپ ان تینوں کتابوں میں سے ہر ایک پر 5 روپے خرچ کرتے تو بھی آپ کا کل خرچ پندرہ روپے ہوتا۔ یعنی 5 روپے وہ نمائندہ قیمت ہے جو اگر ہر کتاب کی لگائی جائے تو تینوں کتابوں پر کل خرچ ان کی اصل قیمتوں کے مجموعہ کے برابر آتا ہے۔ ایسی صورت میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ ریاضی اردو اور سائنس کی کتابوں میں سے ہر ایک کی اوسط قیمت 5 روپے ہے۔

چار اعداد 30، 32، 35 اور 47 لیجیے۔ ہم ایک ایسا عدد معلوم کرنا چاہتے ہیں جو ان اعداد کی نمائندگی کرتا ہو یا ان اعداد کی اوسط ہو۔ دیے گئے اعداد کا اوسط عدد معلوم کرنے سے پہلے ہم چار مسلسل قدرتی اعداد 4، 5، 6، 7 لیتے ہیں۔ ان چار اعداد کا اوسط عدد اُن کے درمیان واقع ہوگا۔ ان چار اعداد کا درمیانی عدد دراصل 5 اور 6 کا درمیانی عدد ہوگا۔ ظاہر ہے یہ عدد $5\frac{1}{2}$ ہے۔ 4، 5، 6، 7 کا مجموعہ 22 ہے۔ 22 کو اگر 4 پر تقسیم کریں تو $5\frac{1}{2}$ حاصل ہوتا ہے۔

اس طریقہ کو استعمال کر کے ہم معلوم کر سکتے ہیں کہ 30، 32، 35 اور 47 کا اوسط عدد ان

کے مجموعہ کو چار پر تقسیم کرنے سے حاصل ہوگا۔

$$\text{لٰہذا یہ عدد} = \frac{47 + 35 + 32 + 30}{4} = 36$$

غور کرنے سے معلوم ہوگا کہ یہ عدد 36 اعداد 30، 32، 35 سے بڑا اور 47 سے کم ہے۔ 30، 32، 35 سے اس کا فرق بالترتیب 6، 4 اور 1 ہے۔ جن کا مجموعہ 11 ہے اور 36 اور 47 کا فرق بھی 11 ہے۔

اُوپر دی گئی مثالوں سے واضح ہوا کہ

$$\text{دی ہوئی مقداروں کی اوسط مقدار} = \frac{\text{تمام مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی تعداد}}$$

مثال 1 : ایک مزدور نے جنوری، فروری اور مارچ میں بالترتیب 150، 170 اور 130 روپے کمائے۔ اس کی اوسط آمدنی فی یوم معلوم کریں۔ جبکہ فروری میں 28 دن ہوں۔

حل : تینوں مہینوں کی کل آمدنی = 150 + 170 + 130 = 450 روپے

تین ماہ میں دنوں کی تعداد = 31 + 28 + 31 = 90 دن

$$\text{لٰہذا روزانہ اوسط آمدنی} = \frac{450}{90} = 5 \text{ روپے}$$

مثال 2 : ایک طالب علم تین ماہ کے دوران بالترتیب 20، 25، 21 دن سکول میں حاضر رہا۔ اس کی ماہوار اوسط حاضری معلوم کیجیے۔

حل : تین ماہ کے دوران کل حاضریوں کی تعداد = 20 + 25 + 21 = 66

$$\text{ماہوار اوسط حاضریاں} = \frac{66}{3} = 22 \text{ دن}$$

مثال 3 : ایک دکان دار نے دو درجن انڈے 6 روپے درجن کے حساب سے۔ 6 درجن انڈے 5 روپے فی درجن کے حساب سے اور 4 درجن انڈے 4.50 روپے فی درجن کے حساب سے خریدے۔ انڈوں کی اوسط قیمت فی درجن بتائیے۔

حل : 2 درجن انڈوں کی کل قیمتِ خرید = 2 × 6 = 12 روپے
6 درجن انڈوں کی کل قیمتِ خرید = 6 × 5 = 30 روپے
4 درجن انڈوں کی کل قیمتِ خرید = 4 × 4.5 = 18 روپے
کل 12 درجن انڈوں کی قیمتِ خرید = 60 روپے

لہٰذا انڈوں کی اوسط قیمت فی درجن $= \frac{60}{12} = 5$ روپے

مشق 5.1

1۔ نیچے دیے ہوئے اعداد کی اوسط معلوم کیجیے:

(i) 15 ، 20 ، 25
(ii) 40 ، 15 ، 35
(iii) 3.5 ، 6.7 ، 2.5 ، 4.9
(iv) 5.12 ، 6.16 ، 7.25 ، 8.01
(v) 915 ، 420 ، 525 ، 340

2۔ اگست کے تین دنوں میں لاہور کا زیادہ سے زیادہ درجۂ حرارت °39 ، °40 اور °38 تھا۔ اوسط درجۂ حرارت فی یوم معلوم کیجیے۔

3۔ رحیم نے چار اننگز میں بالترتیب 85 ، 70 ، 65 اور 80 رنز بنائے۔ اس کی رنز کی اوسط تعداد فی اننگز معلوم کیجیے۔

4۔ ایک دکان دار نے 10 کوئنٹل گندم بحساب 110 روپے فی کوئنٹل ، 12 کوئنٹل گندم بحساب 100 روپے فی کوئنٹل اور 8 کوئنٹل گندم بحساب 105 روپے فی کوئنٹل خریدی۔ دکان دار کی اوسط قیمتِ خرید فی کوئنٹل معلوم کیجیے۔

5۔ ایک گوالے نے 10.3 لیٹر دودھ بحساب 2.5 روپے فی لیٹر ، 5.6 لیٹر دودھ بحساب 2.7 روپے فی لیٹر اور 4.1 لیٹر دودھ بحساب 2.9 روپے فی لیٹر فروخت کیا۔ اوسط قیمتِ فروخت فی لیٹر معلوم کیجیے۔

6۔ ایک بزاز نے 40.7 میٹر لٹھا بحساب 7.3 روپے فی میٹر ، 50.6 میٹر لٹھا بحساب 8.6 روپے فی میٹر ، 20.5 میٹر لٹھا بحساب 7.25 روپے فی میٹر ، 35.2 میٹر لٹھا بحساب 7.43 روپے فی میٹر فروخت کیا۔ لٹھے کی اوسط قیمتِ فروخت فی میٹر معلوم کیجیے۔

7. ایک طالب علم نے مڈل کے امتحان میں ریاضی میں $\frac{120}{200}$ ، اردو میں $\frac{108}{200}$ ، انگریزی میں $\frac{112}{200}$ اور سائنس میں $\frac{124}{200}$ نمبر حاصل کیے۔ بتائیے اس نے ہر پرچے میں 100 میں سے کتنے اوسط نمبر حاصل کیے۔

8. ایک بیوپاری نے 15 بکریاں بحساب 210 روپے فی بکری ، 30 بکریاں بحساب 190 روپے فی بکری اور 12 بکریاں بحساب 225 روپے فی بکری خریدیں۔ ایک بکری کی ایسی اوسط قیمتِ فروخت معلوم کیجیے کہ بیوپاری کو 3042 روپے منافع ہو۔

9. ایک زرگر نے 10 گرام سونا بحساب 90 روپے فی گرام ، 15 گرام سونا بحساب 85.75 روپے فی گرام ، 7 گرام سونا بحساب 80.60 روپے فی گرام اور 8 گرام سونا بحساب 72.40 روبے فی گرام خریدا۔ سونے کی ایسی اوسط قیمتِ فروخت معلوم کیجیے کہ زرگر کو کل 500 روپے منافع ہو۔

اوسط کے مُتعلّق مزید سوالات

دی ہوئی مقداروں کی اوسط کے متعلق سوالات ہم نے حل کیے۔ لیکن روزمرہ زندگی یا دیگر سائنسی علوم میں ہمیں اس قسم کے مسائل حل کرنے پڑتے ہیں جن میں چند مقداروں کی اوسط اور ان میں سے کچھ مقداریں دی ہوتی ہیں اور کچھ معلوم کرنا ہوتی ہیں۔ ہم جانتے ہیں کہ

$$\text{اوسط مقدار} = \frac{\text{مقداروں کا مجموعہ}}{\text{مقداروں کی تعداد}}$$

لہٰذا مقداروں کا مجموعہ = اوسط مقدار × مقداروں کی تعداد

ذیل میں حسبِ ذیل حل شدہ مثالوں کا بغور مطالعہ کیجیے۔

مثال 1 : 4 اعداد کی اوسط 52 ہے۔ اگر تین اعداد 60 ، 30 اور 55 ہوں تو چوتھا عدد معلوم کیجیے۔

حل : 4 اعداد کی اوسط = 52

لہٰذا اوپر دیے گئے کلیے کے مطابق عددوں کا مجموعہ = 4 × 52 = 208

دیے گئے تین اعداد = 60 ، 30 ، 55

ان کا مجموعہ = 60 + 30 + 55 = 145

لہٰذا چوتھا عدد = 208 − 145 = 63

مثال 2 : چار گھوڑوں کی اوسط قیمت 1395 روپے ہے۔ اگر تین گھوڑوں کی قیمتیں 1275، 1425 اور 1500 روپے ہوں تو چوتھے گھوڑے کی قیمت معلوم کیجیے۔

حل : اوسط قیمت فی گھوڑا = 1395 روپے

چار گھوڑوں کی کل قیمت = 1395 × 4 = 5580 روپے

تین گھوڑوں کی مجموعی قیمت = 1275 + 1425 + 1500 = 4200 روپے

لہٰذا چوتھے گھوڑے کی قیمت = 5580 − 4200 = 1380 روپے

مثال 3 : زید، اسد اور بکر کی اوسط عمر 18 سال ہے۔ بکر، رشید اور امجد کی اوسط عمر 22 سال ہے۔ اگر زید، اسد، بکر، رشید اور امجد کی اوسط عمر 21 سال ہو تو بکر کی عمر معلوم کیجیے۔

حل : زید، اسد اور بکر کی اوسط عمر = 18 سال

2۔ 7 مزدوروں کی اوسط روزانہ مزدوری 12 روپے ہے۔ ان میں سے 5 مزدوروں کی اوسط روزانہ مزدوری 11 روپے ہے۔ اگر چھٹا مزدور 15 روپے روزانہ کماتا ہو تو ساتویں مزدور کی روزانہ مزدوری معلوم کیجیے۔

3۔ ایک کسان کو تین کھیتوں سے بالترتیب 10، 15، 20 کوئنٹل پیداوار ہوئی۔ اگر اس کے چوتھے کھیت کی پیداوار شامل کی جائے تو کسان کی اوسط پیداوار فی کھیت 16 کوئنٹل بنتی ہے۔ بتائیے چوتھے کھیت کی کتنی پیداوار ہوئی۔

4۔ ایک جماعت میں 30 طالب علم ہیں جن کی اوسط عمر 14 سال ہے۔ اگر ایک نیا طالب علم داخل ہونے سے اوسط عمر $14\frac{1}{6}$ سال ہو گئی ہو تو نئے داخل ہونے والے طالب علم کی عمر معلوم کیجیے۔

5۔ رشید کی ایک سال کے دوران اوسط ماہانہ آمدنی 470 روپے تھی۔ اگر پہلے چھ ماہ کے دوران اُس کی اوسط ماہانہ آمدنی 460 روپے ہو تو آخر چھ ماہ کے دوران اوسط ماہانہ آمدنی معلوم کیجیے۔

6۔ ایک دکان دار کی اوسط بِکری ایک ماہ کے دوران 90 روپے رہی۔ اگر پہلے 9 دنوں میں اس کی اوسط بِکری 95 روپے اور آخری 22 دنوں میں اوسط بِکری 85 روپے ہو تو نویں دن کی بِکری معلوم کیجیے۔ جب کہ مہینے میں 30 دن ہوں۔

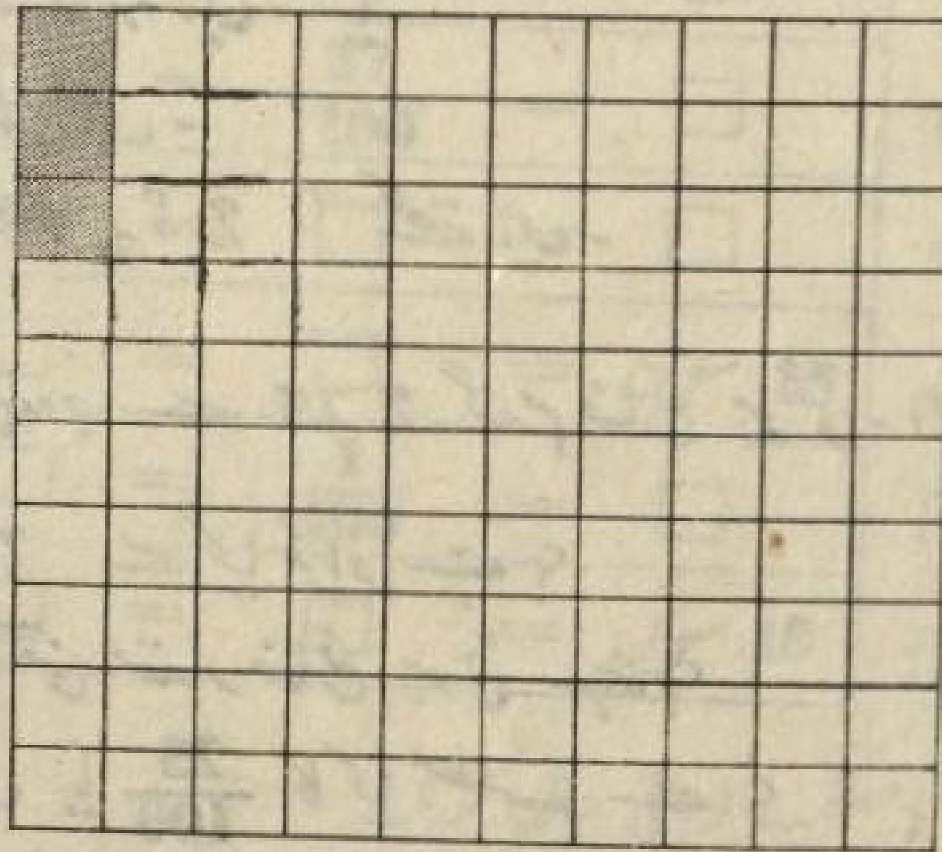
7۔ 18 لڑکوں کا اوسط وزن 40 کلوگرام 7 ہیکٹوگرام ہے۔ اگر ان میں سے 15 لڑکوں کا اوسط وزن 42 کلوگرام 6 ہیکٹوگرام ہو تو باقی تین لڑکوں کا اوسط وزن معلوم کیجیے۔

8۔ ایک شخص نے 15 بھیڑیں خریدیں۔ جن کی اوسط قیمتِ خرید 240 روپے تھی۔ 10 بھیڑیں اور خریدنے سے اس کی کل بھیڑوں کی اوسط قیمتِ خرید 230 روپے رہ گئی۔ بعد میں خریدی جانے والی بھیڑوں کی اوسط قیمتِ خرید معلوم کیجیے۔

9۔ ایک ہفتہ کے دوران لاہور کا زیادہ سے زیادہ اوسط درجۂ حرارت 35.2 درجے سنٹی گریڈ ہے۔ اگر پہلے چار دنوں کا زیادہ سے زیادہ اوسط درجۂ حرارت 35.1 درجے سنٹی گریڈ ہو اور آخری چار دنوں کا زیادہ سے زیادہ اوسط درجۂ حرارت 35.3 درجے سنٹی گریڈ ہو تو چوتھے دن کا زیادہ سے زیادہ درجۂ حرارت معلوم کیجیے۔

فی صد

صد کے لغوی معنی "سو" کے ہیں اور فی صد کا مطلب ہے :
"ہر سو کے لیے" یا "ہر سو پر"
فی صد کے تصوّر کی وضاحت کے لیے مندرجہ ذیل شکل پر غور کریں۔



شکل 1

(i) ایک قطار میں کتنے خانے ہیں ؟ 10

(ii) کل کتنی قطاریں ہیں ؟ 10

(iii) کل کتنے خانے ہیں ؟ 10 X 10 = 100

(iv) سایہ دار خانے کتنے ہیں ؟ 3

پس سایہ دار خانے کل خانوں کا "تین سویں" ہیں۔ ہم یوں بھی کہہ سکتے ہیں کہ سو خانوں میں سے 3 خانے سایہ دار ہیں۔ ہم یہ بھی کہتے ہیں کہ سایہ دار خانے کل خانوں کا "3 فی صد" ہیں۔

دی ہوئی مثال کے مطابق نیچے دیے ہوئے بیانات کو مکمل کریں۔

1 خانہ کل خانوں کا $\frac{1}{100}$ یا 1 فی صد ہے۔

6 خانے کل خانوں کا $\frac{6}{100}$ یا 6 فی صد ہیں۔

10 خانے کل خانوں کا ....

40 خانے کل خانوں کا ....

55 خانے کل خانوں کا ....

ایک گاؤں میں 100 بچّے ہیں۔ ان میں سے 60 خواندہ ہیں۔ ہم اسے مختلف طریقوں سے یوں بیان کر سکتے ہیں۔

100 میں سے 60 بچّے خواندہ ہیں۔ یا

60 فی صد بچّے خواندہ ہیں۔

فی صد کو علامتی طور پر " % " لکھتے ہیں۔

1975ء میں سیلاب کی وجہ سے 25 % گندم ضائع ہو گئی۔ اس خبر میں :

(ا) علامت % سے کیا مُراد ہے ؟

(ب) گندم کی کتنی مقدار ضائع ہوئی ہے ؟

(ج) 25 سویں یا $\frac{25}{100}$ کا کیا مطلب ہے ؟

مشق 6.1

1. مندرجہ ذیل نقشہ میں پہلی سطر کی طرح خالی خانے پُر کریں۔

(i)	60 سویں =	$\frac{60}{100}$ =	60 %
(ii)	40 سویں =	□ =	□ %
(iii)	□ =	□ =	35 %
(iv)	□ =	$\frac{27}{100}$ =	□ %
(v)	□ =	□ =	80 %
(vi)	15 سویں =	□ =	□ %
(vii)	□ =	$\frac{1}{100}$ =	□ %
(viii)	18 سویں =	□ =	□ %

2. مندرجہ ذیل بیانات کا مطلب زبانی بیان کریں۔

ا : حکومت نے پچھلے سال قومی آمدنی کا 30% تعلیم پر خرچ کیا۔

ب: اسلم نے اپنی آمدنی کا 5% بطور ٹیکس ادا کیا۔

ج : سلیم نے کاروبار میں 15% نفع کمایا۔

د : اصغر نے امتحان میں 75% نمبر حاصل کیے۔

فی صد کو کسرِ عام میں تبدیل کرنا

آپ پڑھ چکے ہیں کہ فی صد کا مطلب ہے،

"ہر سو کے لیے" یا "ہر سو پر"

فی صد ایسی کسر ہوتی ہے جس کا نسب نما ہمیشہ 100 ہوتا ہے۔

اب آپ مندرجہ ذیل مثالوں کو دیکھیں :

مثال 1 : 4% کو کسر عام میں تبدیل کریں۔

حل : آپ جانتے ہیں کہ 4% کا مطلب ہے ،

100 میں سے 4

پس 4% = $\frac{4}{100}$

ایک گٹھے میں 100 تیلیاں ہیں۔ ہر تیلی ان کا $\frac{1}{100}$ یا 1% ہے۔
5 تیلیاں، $\frac{5}{100}$ یا 5% ہیں۔

اسی طرح $12\frac{1}{2}$ تیلیاں = $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$
یا $12\frac{1}{2}$% کو ظاہر کرتی ہیں۔

جبکہ $33\frac{1}{3}$ تیلیاں $\frac{33\frac{1}{3}}{100}$ یا $33\frac{1}{3}$% کو ظاہر کرتی ہیں۔

مثال 2 : $12\frac{1}{2}$% کو کسر عام میں تبدیل کیجیے۔

حل : $12\frac{1}{2}$% = $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$ = $\frac{\frac{25}{2}}{100}$

= $\frac{1}{100} \times \frac{25}{2}$

= $\frac{25}{200}$ = $\frac{25}{25 \times 8}$

= $\frac{1}{8}$ (اختصار سے)

مشق 6.2

مندرجہ ذیل کو کسور عام میں تبدیل کریں اور جواب مختصر صورت میں لکھیں :

-1 %1 -2 %2 -3 %3 -4 %4

-5 %5 -6 %6 -7 %7 -8 %8

-9 %9 -10 %10 -11 %15 -12 %20

-13 %25 -14 %30 -15 %40 -16 %50

-17 %60 -18 %70 -19 %80 -20 %100

مندرجہ ذیل کو مختصر کسور عام میں تحویل کریں :

-21 $\%2\frac{1}{2}$ -22 $\%3\frac{1}{3}$ -23 $\%6\frac{3}{8}$ -24 $\%8\frac{1}{3}$ -25 $\%13\frac{1}{3}$

-26 $\%16\frac{2}{3}$ -27 $\%17\frac{1}{2}$ -28 $\%25\frac{1}{2}$ -29 $\%133\frac{1}{3}$ -30 $\%12\frac{1}{2}$

-31 $\%66\frac{2}{3}$ -32 $\%19\frac{2}{5}$ -33 $\%118\frac{3}{5}$

-34 نیچے دیے ہوئے نقشے کی ہر سطر کے خالی خانوں کو پہلی سطر کی طرح پُر کریں۔

	فی صد	سویں	کسر عام	مختصر کسر
(i)	2	2	$\frac{2}{100}$	$\frac{1}{50}$
(ii)	6	6	□	□
(iii)	10	□	$\frac{10}{100}$	□
(iv)	$3\frac{1}{3}$	□	$\frac{3\frac{1}{3}}{100}$	□
(v)	15	15	□	□
(vi)	$37\frac{1}{2}$	$37\frac{1}{2}$	□	□
(vii)	$8\frac{1}{3}$	□	$\frac{8\frac{1}{3}}{100}$	□
(viii)	□	20	□	$\frac{1}{5}$
(ix)	□	□	$\frac{6\frac{1}{4}}{100}$	$\frac{1}{16}$

فی صد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنا:

آپ پڑھ چکے ہیں کہ 1% کا مطلب ہے کہ 'سو میں سے 1' پس

$$.01 = \frac{1}{100} = 1\%$$

اسی طرح $.09 = \frac{9}{100} = 9\%$

اور $.25 = \frac{25}{100} = 25\%$

9% اور 25% کو کسر اعشاریہ میں یوں بھی تبدیل کیا جا سکتا ہے:

چونکہ $.01 = 1\%$

اس لیے $.09 = .01 \times 9 = 9\%$

اور $.25 = .01 \times 25 = 25\%$

یاد رہے کہ کسی مقدارِ فی صد کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کرنے کے لیے اُسے .01 سے ضرب دی جاتی ہے۔

کسر اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنا:

کسر اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنے کا عمل ہم نیچے دی ہوئی مثالوں سے واضح کرتے ہیں۔

مثال 1: .05 کو فی صد میں تبدیل کریں۔

حل: .05 = 5 سویں = 5%

اسی طرح .03 = 3%

اور .09 = 9%

مثال 2: .5 کو فی صد میں تبدیل کریں۔

حل: .5 = 5 دسویں = 50 سویں = 50%

اسی طرح .3 = 30%

اور .9 = 90%

مثال 3 : .35 کو فی صد میں تبدیل کریں۔

حل : .35 = 35 سویں = 35%

یاد رکھیں کہ کسی کسر اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنے کے لیے نقطہ اعشاریہ کو دو مراتب دائیں طرف ہٹا کر حاصل شدہ عدد کے ساتھ علامت % لکھ دیں۔

مشق 6.3

مندرجہ ذیل کو کسر اعشاریہ میں تبدیل کریں۔

1. 1%	2. 3%	3. 7%
4. 15%	5. 20%	6. 30%
7. 9%	8. 50%	9. 60%
10. 70%	11. 80%	12. 90%
13. 5%	14. 8%	15. 325%
16. $37\frac{1}{2}$%	17. $12\frac{1}{2}$%	18. $9\frac{1}{2}$%
19. $117\frac{1}{2}$%	20. $19\frac{1}{2}$%	

مندرجہ ذیل کو فی صد میں تبدیل کریں۔

21. .1	22. .3	23. .03
24. .003	25. .11	26. 1.5
27. 11.5	28. 311.5	29. 3.462
30. 346.2	31. 4.2	32. .425
33. 34.62	34. .75	35. 3.15
36. .315		

37۔ مندرجہ ذیل نقشے میں پہلی سطر کی طرح خالی جگہ پُر کریں۔

	کسر اعشاریہ	کسر عام	سویں	فی صد
(i)	.1	$\frac{1}{10}$	10	%10
(ii)	☐	☐	3	%3
(iii)	☐	☐	8	%8
(iv)	3.75	$\frac{375}{100}$	☐	☐
(v)	.125	☐	☐	$\%12\frac{1}{2}$
(vi)	.5	☐	50	☐

کسر عام کو فی صد میں تبدیل کرنا

(الف) فی صد وہ خاص کسر عام ہے جس کا مخرج 100 ہو۔ ایسی کسروں کو جن کا مخرج 100 ہو فی صد میں تبدیل کرنا بہت آسان ہے مثلاً

1- $\%5 = \frac{5}{100}$

2- $\%75 = \frac{75}{100}$

3- $\%15 = \frac{15}{100}$

4- $\%100 = \frac{100}{100}$

(ب) ایسی کسور عام کو جن کا مخرج 100 نہیں ہے، مگر وہ 100 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے، پہلے ایسی مترادف کسور عام میں تبدیل کریں جن کا مخرج 100 ہو اور پھر (الف) کی طرح فی صد میں تبدیل کر لیں۔ مثلاً

$$\%50 = \frac{50}{100} = \frac{50}{50} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\%80 = \frac{80}{100} = \frac{20}{20} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\%36 = \frac{36}{100} = \frac{4}{4} \times \frac{9}{25} = \frac{9}{25}$$

$$\%30 = \frac{30}{100} = \frac{10}{10} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\%25 = \frac{25}{100} = \frac{25}{25} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

(ج) ایسی کسور عام جن کا مخرج 100 کو پُورا پُورا تقسیم نہ کرتا ہو، پہلے کسور اعشاریہ میں تبدیل کریں اور پھر ان کسور اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کر دیں۔ اس طریقے سے ہر قسم کی کسور عام فی صد میں تبدیل کی جاسکتی ہیں۔ مثلاً

$\frac{1}{2} = .5$ (تقسیم کے عمل سے) $= \%50$

$\frac{1}{8} = .125$ (تقسیم کے عمل سے) $= \%12\frac{1}{2}$

$\frac{3}{8} = .375$ (تقسیم کے عمل سے) $= \%37\frac{1}{2}$

(د) کسی کسر کو فی صد میں تبدیل کرنے کا آسان طریقہ یہ بھی ہے کہ اسے 100 سے ضرب دیں اور حاصل ضرب کو 100 پر تقسیم کر دیں۔

1: $\frac{7}{40}$ کو فی صد میں تبدیل کریں۔

$$\%17\frac{1}{2} = \frac{17\frac{1}{2}}{100} = \frac{\frac{35}{2}}{100} = \frac{100 \times \frac{7}{40}}{100} = \frac{7}{40}$$

2: .356 کو فی صد میں تبدیل کریں۔

$$\%35.6 = \frac{35.6}{100} = \frac{100 \times .356}{100}$$

مشق 6.4

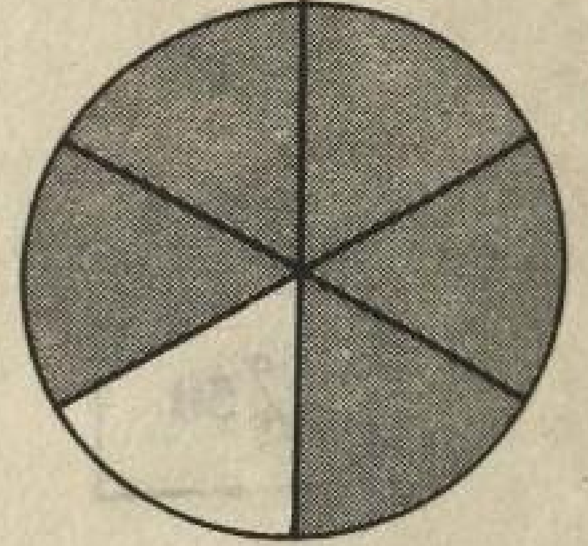
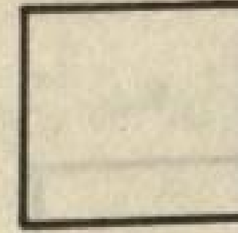
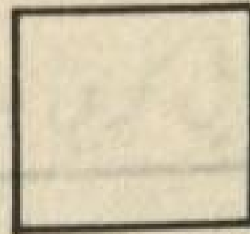
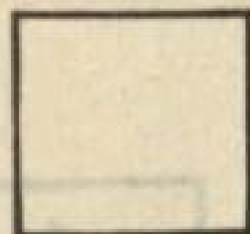
نیچے دی ہوئی کسور عام کو فی صد میں تبدیل کریں۔

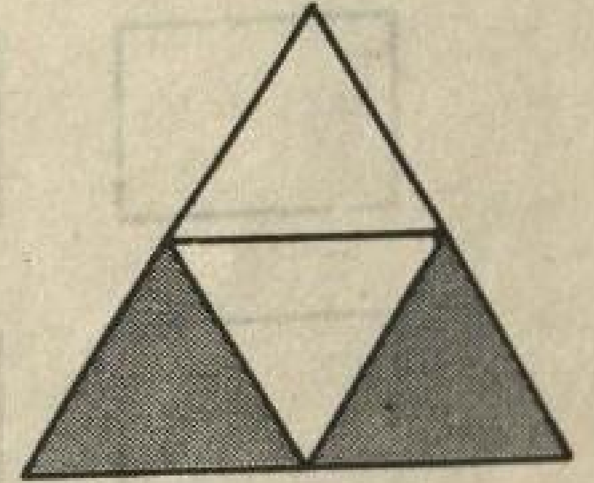
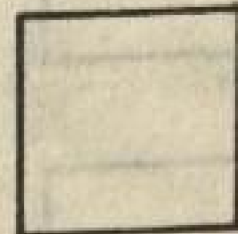
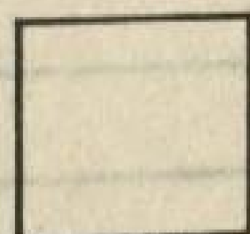
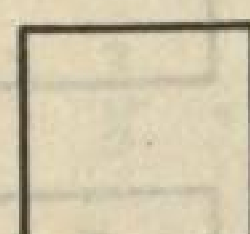
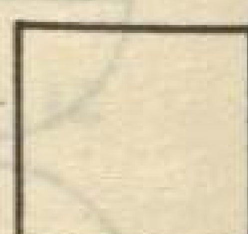
1- $\frac{3}{100}$	2- $\frac{7}{100}$	3- $\frac{15}{100}$	4- $\frac{33}{100}$
5- $\frac{67}{100}$	6- $\frac{1}{2}$	7- $\frac{3}{4}$	8- $\frac{4}{5}$
9- $\frac{9}{10}$	10- $\frac{11}{20}$	11- $\frac{3}{5}$	12- $\frac{2}{5}$
13- $\frac{1}{4}$	14- $\frac{1}{5}$	15- $\frac{7}{10}$	16- $\frac{3}{10}$
17- $\frac{7}{20}$	18- $\frac{9}{20}$	19- $\frac{13}{20}$	20- $\frac{3}{20}$
21- $\frac{1}{100}$	22- $\frac{100}{100}$	23- $\frac{5}{8}$	24- $\frac{7}{8}$
25- $\frac{1}{16}$	26- $\frac{3}{16}$	27- $\frac{3}{15}$	

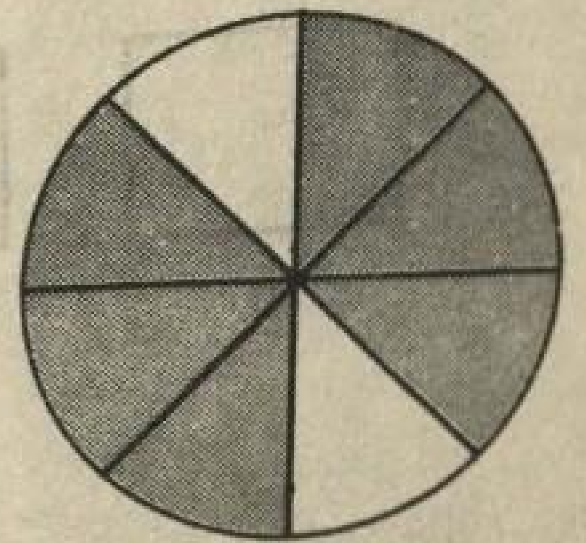
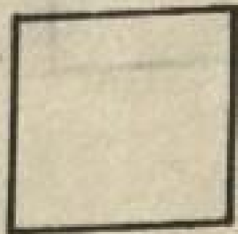
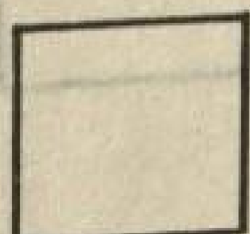
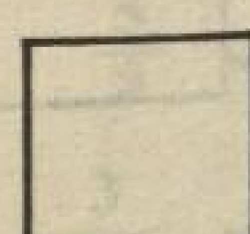
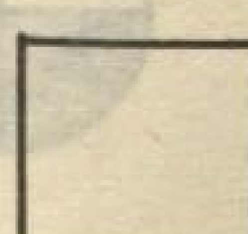
مندرجہ ذیل شکلوں کا سایہ دار حصّہ پہلی سطر کی طرح ظاہر کریں۔

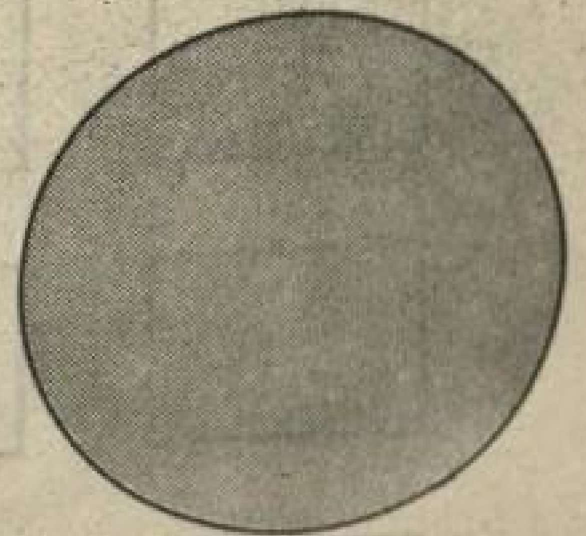
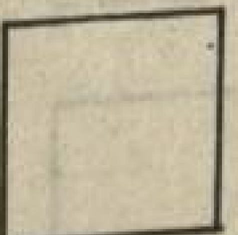
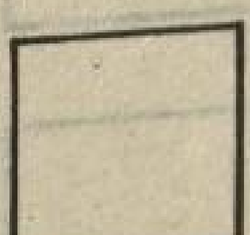
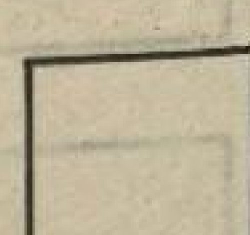
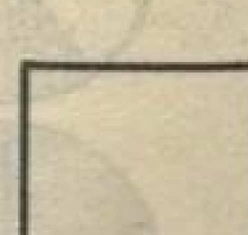
شکل	کسر	کسر اعشاریہ	سویں	فی صد
	$\frac{1}{2}$	.5	50	%50

شکل کسر کسر اعشاریہ سویں فی صد

کسی عدد یا مقدار کا فی صد معلوم کرنا :

مثال 1 : 900 کا 45% معلوم کریں۔

پہلا طریقہ : (فی صد کو کسرِ عام میں تبدیل کرنے سے)

چونکہ $45\% = \frac{45}{100}$

پس 900 کا $45\% = \frac{45}{100} \times 900 = 405$

دُوسرا طریقہ : (فی صد کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنے سے)

$45\% = .45$

اِس لیے 900 کا $45\% = .45 \times 900 = 405$

مثال 2 : اسلم نے ایک امتحان میں 60% نمبر حاصل کیے۔ جب کہ کل نمبر 1000 تھے۔ بتائیں اسلم نے کتنے نمبر حاصل کیے ؟

پہلا طریقہ : 60% کو کسرِ عام میں تبدیل کرنے سے

چونکہ $60\% = \frac{60}{100}$

اس لیے 1000 کا $\frac{60}{100} = \frac{60}{100} \times 1000 = 600$

دُوسرا طریقہ : 60% کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنے سے

چونکہ $60\% = .60$

اس لیے 1000 کا $60\% = .60 \times 1000 = 600$

مشق 6.5

خالی جگہوں کو پُر کریں :

1۔ 20 کا 10% = ☐

2۔ 30 کا 20% = ☐

3۔ 60 کا 25% = ☐

4۔ 75 کا 40% = ☐

5۔ 200 کا 6% = ☐

کون سی مقدار بڑی ہے ؟

6۔ 250 کا 20 % یا 800 کا 5 %

7۔ 160 کا 60 % یا 1200 کا $6\frac{1}{4}$%

8۔ کریم نے ایک بکری 200 روپے میں خرید کر 3 % نفع پر بیچی ۔ اس کا نفع بتائیے۔

9۔ اصغر نے اپنی 800 روپے کی آمدنی پر 10 % ٹیکس ادا کیا ۔ بتائیں اس کے پاس باقی کتنی رقم بچی ۔

10۔ آپ کے شہر میں کل 500 دکانیں ہیں جن میں سے 15 % جنرل سٹور ہیں ۔ ان کی تعداد بتائیے ۔

کسی مقدار کا فی صد دیا ہو تو مقدار معلوم کرنا

مثال 1 : اگر احمد نے 400 نمبر حاصل کر کے کل نمبروں کا 40% نمبر حاصل کیے ہوں تو کل نمبر بتائیے۔

حل : 40% = $\frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ (40% کی مترادف کسر $\frac{2}{5}$ ہے)

کل نمبروں کا $\frac{2}{5} = 400$

اس لیے کل نمبر = $\frac{5}{2} \times 400 = 1000$ نمبر

اب مندرجہ ذیل عمل پر غور کیجیے ۔

$$400 = \frac{2}{5} \times 1000$$

$$1000 = \frac{5}{2} \times 400$$

($\frac{2}{5}$ کا ضربی معکوس $\frac{5}{2}$ ہے)

مثال 2 : کس مقدار کا 20 فی صد 400 کے برابر ہے ؟

حل : مقدار کا 20٪ = 400

مقدار $\times \frac{20}{100} = 400$ (یہاں 20٪ کی مترادف کسر $\frac{20}{100}$ ہے۔)

مقدار $= 400 \times \frac{100}{20} = 2000$ ($\frac{20}{100}$ کا ضربی معکوس $\frac{100}{20}$ ہے۔)

پس اگر کسی مقدار کا فی صد دیا ہوا ہو تو مقدار معلوم کرنے کا آسان طریقہ یہ ہے کہ

دی ہوئی مقدار × فی صد کی مترادف کسر کا ضربی معکوس

مشق 6.6

خالی جگہیں پُر کریں :

1. □ کا 6٪ = 48
2. □ کا $2\frac{1}{2}$٪ = 30
3. □ کا $16\frac{2}{3}$٪ = 250
4. □ کا 33٪ = 66
5. □ کا 25٪ = 20
6. 40 = □ کا 8٪
7. 20 = □ کا $33\frac{1}{3}$٪
8. 5 = □ کا $6\frac{2}{3}$٪
9. 36 = □ کا 60٪
10. 300 = □ کا 75٪

11۔ عدد معلوم کریں جس کا

(الف) $6\% = 96$ (ب) $25\% = 12$

(ج) $4\frac{3}{4}\% = 114$ (د) $15\% = 375$

(ر) $1\frac{1}{2}\% = 102$ (س) $10\% = 50$

12۔ اختر نے انڈے خریدے جن میں سے 10 فی صد خراب نکلے۔ اگر 3 انڈے خراب ہوں تو بتائیے کہ اختر نے کل کتنے انڈے خریدے؟

13۔ احمد نے 540 نمبر حاصل کیے جو کل نمبروں کا 60% ہیں۔ کل نمبر بتائیے۔

14۔ ایک رقم کا 15 فی صد 135 روپے ہوں۔ تو رقم معلوم کریں۔

15۔ اکبر نے سال کی بچت پر $2\frac{1}{2}\%$ کے حساب سے زکوٰۃ دی۔ اگر زکوٰۃ کی رقم 300 روپے ہو تو اس کی سال کی بچت معلوم کریں۔

اعادہ

1۔ فی صد کی وضاحت :

فی صد وہ خصوصی کسرِ عام ہے جس کا مخرج 100 ہو

2۔ فی صد کو کسرِ عام میں تبدیل کرنا :

علامت % کو حذف کر کے مخرج 100 لکھیے۔

3۔ فی صد کو کسرِ اعشاریہ میں تبدیل کرنا :

فی صد میں نقطۂ اعشاریہ دو مراتب بائیں طرف سرکا دیجیے۔

4۔ کسرِ اعشاریہ کو فی صد میں تبدیل کرنا :

نقطۂ اعشاریہ کو دو مراتب دائیں طرف سرکا کر نشان % لکھ دیں۔

5۔ کسرِ عام کو فی صد میں تبدیل کرنا :

(i) اگر مخرج 100 ہو تو شمار کنندہ کے آگے نشان % لگا دیں۔

(ii) اگر مخرج 100 کو پُورا پُورا تقسیم کرتا ہے تو کسر کو ایسی مترادف کسر میں تبدیل کریں جس کا مخرج 100 ہو۔ اور پھر (i) والا عمل کریں۔

(iii) اگر مخرج 100 کو پورا تقسیم نہ کرتا ہو تو اسے کسر اعشاریہ میں تبدیل کر کے فی صد میں تبدیل کر دیں۔

6۔ کسی مقدار کا فی صد معلوم کرنا:
مقدار کو فی صد کی مترادف کسر عام یا کسر اعشاریہ سے ضرب دیں۔

7۔ کسی مقدار کا فی صد دیا ہوا ہو تو مقدار معلوم کرنا:
دی ہوئی مقدار کو فی صد کی مترادف کسر کے معکوس سے ضرب دیں۔

مشق 6.7

1۔ مندرجہ ذیل کو کسور عام میں تبدیل کیجیے اور اختصار سے لکھیے۔

(i) 11% (ii) 13% (iii) 57%

(iv) 35% (v) 250% (vi) $6\frac{3}{8}$%

(vii) $1\frac{1}{2}$% (viii) 55% (ix) $3\frac{1}{8}$%

(x) 2.5% (xi) 1.5% (xii) $37\frac{1}{2}$%

2۔ مندرجہ ذیل کو کسور اعشاریہ میں تبدیل کیجیے۔

(i) 65% (ii) 7% (iii) 105%

(iv) 117% (v) 250% (vi) $37\frac{1}{2}$%

(vii) 213% (viii) 75% (ix) 1.23%

(x) 23.5% (xi) 81.5% (xii) 5.19%

3۔ مندرجہ ذیل کو فی صد میں تبدیل کریں۔

(i) 1.9 (ii) 3.5 (iii) .24

(iv) .05 (v) .415 (vi) 7.5

(vii) .417 (viii) 81.5 (ix) 151.5

(x) .123 (xi) .01 (xii) 8.5

4۔ فی صد میں لکھیے۔

(i) $\frac{9}{100}$ (ii) $\frac{11}{100}$ (iii) $\frac{19}{100}$ (iv) $\frac{119}{100}$

(v) $\frac{5}{20}$ (vi) $\frac{15}{25}$ (vii) $\frac{21}{30}$ (viii) $\frac{52}{80}$

(ix) $\frac{17}{25}$ (x) $\frac{1}{25}$ (xi) $\frac{39}{52}$ (xii) $\frac{7}{50}$

(xiii) $\frac{27}{50}$ (xiv) $\frac{1}{8}$ (xv) $\frac{2}{3}$ (xvi) $\frac{3}{8}$

(xvii) $\frac{5}{12}$ (xviii) $\frac{54}{30}$ (xix) $\frac{17}{80}$

5۔ مندرجہ ذیل فقرات مکمل کیجیے۔

(i) 1500 کا $\%8 = \square$

(ii) 2500 کا $\%9\frac{1}{2} = \square$

(iii) 20 کا $\%20\frac{1}{2} = \square$

(iv) 300 کا $\%4\frac{1}{2} = \square$

(v) 8050 کا $\%30 = \square$

(vi) 3000 کا $\%6\frac{1}{2} = \square$

(vii) $\square$ کا $\%5 = 15$

(viii) $\square$ کا $\%2\frac{1}{2} = 14$

(ix) $\square$ کا $\%16\frac{2}{3} = 132$

(x) $\square$ کا $\%33\frac{1}{3} = 80$

6۔ جمیل اپنی آمدنی کا $\%7\frac{3}{4}$ خرچ کرتا ہے۔ اگر اس کا خرچ 62 روپے ہو تو اُس کی آمدنی بتائیے۔

7۔ سجاد 450 روپے ماہوار کماتا ہے اور اپنی آمدنی کا 85 % خرچ کر دیتا ہے۔ اُس کی بچت معلوم کیجیے۔

"فی صد" کا عام استعمال

کاروباری زندگی کے کئی شعبوں مثلاً کمیشن، ٹیکس، سود، نفع و نقصان اور کسی شہر کی آبادی جیسے اہم مسائل میں فی صد کا استعمال عام ہوتا ہے۔ اس کی وضاحت نیچے دی ہوئی مثالوں سے کی جا رہی ہے۔

مثال 1 : ایک شخص 2500 روپے کی آمدنی پر $2\frac{3}{4}\%$ کی شرح سے ٹیکس ادا کرتا ہے۔ ٹیکس معلوم کیجیے۔

آمدنی = 2500 روپے

ٹیکس کی شرح = $2\frac{3}{4}\%$

ٹیکس = 2500 کا $\frac{2\frac{3}{4}}{100} = \frac{\frac{11}{4}}{100} \times 2500$

$= \frac{11}{400} \times 2500$

$= \frac{275}{4} = 68.75$ روپے

مثال 2 : اجمل نے 5000 روپے پر $2\frac{1}{2}\%$ کے حساب سے زکوٰۃ دینی ہے۔ زکوٰۃ معلوم کیجیے۔

رقم = 5000 روپے

شرح زکوٰۃ = $2\frac{1}{2}\%$

$= \frac{\frac{5}{2}}{100} = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$

زکوٰۃ = $5000 \times \frac{1}{40} = 125$ روپے

سُود (ربا) از روئے قرآن حرام ہے۔ لیکن چونکہ اس وقت دُنیا میں سُودی نظام جاری ہے۔ طالب علم کو سُود کی ماہیت کا علم ہر حال میں ہونا لازمی ہے۔ اس لیے طلبہ کے لیے سُود سے متعلق اسباق شامل کیے جارہے ہیں۔

مثال 3 : 200 روپے پر 2 سال کے لیے 4% سالانہ شرح سے سُود مفرد معلوم کریں۔

حل : ایک سال کا سُود مفرد = 200 روپے کا 4%

= 200 روپے کا $\frac{4}{100}$

یا ایک سال کا سُود مفرد = $\frac{1}{25} \times 200 = 8$ روپے

2 سال کا سُود مفرد = $8 \times 2 = 16$ روپے

مشق 6.8

1- 4 فی صد شرح سے مندرجہ ذیل رقوم پر کمیشن معلوم کیجیے :

(i) 100 روپے (ii) 250 روپے (iii) 400 روپے
(iv) 550 روپے (v) 6750 روپے (vi) 62500 روپے

2- ایک ایجنٹ سلیم کو 10500 روپے میں ایک مکان خرید کر دیتا ہے اور اس سے 3% کمیشن وصول کرتا ہے۔ ایجنٹ کا کمیشن معلوم کیجیے۔

3- ایک سکول میں طلبہ کی تعداد 625 ہے۔ لڑکوں کی تعداد 76% ہے۔ لڑکیوں کی تعداد معلوم کیجیے۔

4- ایک سکول کے 250 طلبہ نے امسال میٹرک کا امتحان دیا ہے۔ جن میں 88% کامیاب ہوئے ہیں۔ فیل ہونے والے طلبہ کی تعداد بتائیے۔

5- مجید نے $2\frac{1}{2}\%$ کے حساب سے 240 روپے زکواۃ دی۔ بتائیے اس کے پاس سال بھر کتنی رقم رہی۔

6- اشرف کے پاس 9000 روپے سال بھر نقد رہے۔ بتائیے وہ کتنی زکواۃ ادا کرے گا۔ (جبکہ زکواۃ کی شرح $2\frac{1}{2}\%$ ہے)۔

7- زاہد کے والد بزرگوار نے امسال 300 روپے زکواۃ دی ہے۔ بتائیں ان کے پاس سال بھر کتنی

رقم رہی۔ جبکہ زکوٰۃ کی شرح $2\frac{1}{2}$% ہے۔

8– اسلم کی ماہوار تنخواہ 1000 روپے ہے۔ گورنمنٹ ہر ماہ $2\frac{1}{2}$% شرح سے انکم ٹیکس وصول کرلیتی ہے۔ اس کی سال بھر کی خالص آمدنی بتائیے۔

(خالص آمدنی = کل آمدنی – انکم ٹیکس)

9– سُود مفرد معلوم کیجیے:

(i) 1500 روپے پر ایک سال کے لیے 5% شرح سالانہ سے

(ii) 1600 روپے پر ایک سال کے لیے $2\frac{1}{2}$% شرح سالانہ سے

(iii) 2500 روپے پر 2 سال کے لیے $3\frac{1}{5}$% شرح سالانہ سے

(iv) 6000 روپے پر 2 سال کے لیے $2\frac{1}{2}$% شرح سالانہ سے

(v) 3400 روپے پر 3 سال کے لیے 3% شرح سالانہ سے

10– ایک گاؤں کی آبادی ہر سال 6% کے حساب سے بڑھتی ہے۔ اگر آج اس گاؤں کی آبادی 15000 ہے تو سال کے بعد کتنی ہوگی؟

11– میری جیب میں کچھ روپے ہیں۔ جن کا 12 فی صد 132 روپے ہوتا ہے۔ بتائیے میری جیب میں کتنے روپے ہیں؟

12 ایک شہر میں 640 مکان ہیں۔ $12\frac{1}{2}$% مکان بارش سے گر گئے۔ گرے ہوئے مکانوں کی تعداد بتائیے۔

نفع و نقصان

آپ نے روز مرّہ زندگی میں گھاٹا، فائدہ اور نفع یا نقصان کے الفاظ کئی بار سُنے بھی ہوں گے اور استعمال بھی کیے ہوں گے۔ مثلاً آپ نے ایک دکان دار سے 10 روپے کے عوض ایک پین خریدا۔ آپ کا دوست چاہتا ہے کہ آپ 9 روپے لے کر پین اسے دے دیں۔ آپ فوراً کہیں گے کہ نہیں۔ کیوں؟

آپ جانتے ہیں کہ اس طرح آپ کو ایک روپیہ گھاٹا یعنی نقصان ہوگا۔ اور اگر وہ دوست آپ کو 11 روپے دینا چاہے تو آپ بخوشی 11 روپے لے کر اُسے پین دے دیں گے کیونکہ اس

طرح آپ کو ایک روپیہ فائدہ یا نفع ہوگا۔

اب آپ دیکھیں کہ ہر ایک سودے میں تین مختلف رقمیں درج ہیں۔

1۔ آپ نے 10 روپے کے عوض پین خریدا۔ اس لیے یہ قیمتِ خرید ہوئی۔

2۔ آپ نے 9 روپے یا 11 روپے میں پین فروخت کیا۔ تو 9 روپے یا 11 روپے قیمتِ فروخت ہوئی۔

3۔ خریدنے سے پہلے آپ کے پاس 10 روپے تھے اور فروخت کرنے یا بیچنے کے بعد آپ کے پاس 9 روپے یا 11 روپے تھے۔ پہلی صورت میں آپ کے پاس ایک روپیہ کم ہو گیا۔ یعنی ایک روپیہ کا نقصان ہو گیا۔ کیوں؟ چونکہ قیمتِ خرید سے ایک روپیہ کم ملا۔ دوسری صورت میں قیمتِ خرید سے ایک روپیہ زیادہ ملا۔ اس لیے آپ نے کہا کہ آپ کو ایک روپیہ نفع ہوا۔

وہ کون سی قیمت ہے جس میں کمی یا بیشی کے لحاظ سے آپ نے نفع یا نقصان معلوم کیا۔

> نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید پر ہوتا ہے۔ اگر قیمتِ فروخت قیمتِ خرید سے زیادہ ہو تو نفع اور اگر کم ہو تو نقصان ہوتا ہے۔

اُوپر کی مثال میں:

نفع = قیمتِ فروخت − قیمتِ خرید

= 11 − 10 = 1 روپیہ

نقصان = قیمتِ خرید − قیمتِ فروخت

= 10 − 9 = 1 روپیہ

نفع یا نقصان کی شرح عموماً فی صد کے حساب سے ہوتی ہے اور آپ پڑھ چکے ہیں کہ نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید پر ہوتا ہے۔ اس لیے

اگر 100 روپے کی چیز پر 3% نفع ہو تو

قیمتِ خرید = 100 روپے

نفع = 3 روپے

پس قیمتِ فروخت = 100 + 3 = 103 روپے
اور اگر 3% نقصان ہو تو
قیمت خرید = 100 روپے
نقصان = 3 روپے
پس قیمتِ فروخت = 100 − 3 = 97 روپے

نفع یا نقصان فی صد معلوم کرنا

مثال 1 : ارشد نے ایک جوتا 80 روپے میں خریدا اور 100 روپے میں بیچ دیا۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں۔

حل : قیمتِ خرید = 80 روپے
قیمتِ فروخت = 100 روپے
چونکہ قیمتِ فروخت قیمتِ خرید سے زیادہ ہے اس لیے نفع ہوا۔
80 روپے پر نفع = 100 − 80 = 20 روپے
لیکن آپ کو نفع فی صد یعنی 100 روپے پر نفع معلوم کرنا ہے۔
لہٰذا 80 روپے پر نفع = 20 روپے

1 روپے پر نفع = $20 \times \frac{1}{80}$

100 روپے پر نفع = $20 \times \frac{100}{80} = 25$ روپے

نفع = 25%

مثال 2 : نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں جب کہ ایک گھڑی کی قیمتِ خرید 120 روپے اور قیمتِ فروخت 96 روپے ہے۔

حل : قیمتِ خرید = 120 روپے
قیمتِ فروخت = 96 روپے

چونکہ قیمتِ فروخت قیمتِ خرید سے کم ہے اس لیے نقصان ہُوا۔

120 روپے پر نقصان $= 120 - 96 = 24$

نقصان فی صد یعنی 100 روپے پر کتنا نقصان ہو گا؟

(اکائی کے قاعدہ سے)

120 روپے پر نقصان $= 120 - 96 = 24$ روپے

1 روپے پر نقصان $= \frac{24}{120}$ روپے

100 روپے پر نقصان $= \frac{24}{120} \times \frac{100}{1} = 20$ روپے

پس نقصان $= 20\%$

مشق 6.9

1۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں:

(i) ایک کتاب کی قیمتِ خرید 4 روپے ہے اور قیمتِ فروخت 5 روپے ہے۔

(ii) ایک پین کی قیمتِ خرید 10 روپے ہے اور قیمتِ فروخت 11 روپے ہے۔

(iii) ایک گھوڑے کی قیمتِ خرید 350 روپے ہے اور قیمتِ فروخت 364 روپے ہے۔

2۔ ایک مکان کی قیمتِ خرید 4000 روپے ہے اور قیمتِ فروخت 3500 روپے ہے۔ نفع یا نقصان فی صد معلوم کیجیے۔

3۔ اصغر نے ایک سائیکل 600 روپے میں خرید کر 500 روپے میں بیچ دیا۔ اس کا نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں۔

4۔ اگر 24 کتابوں کی قیمتِ خرید 36 روپے اور قیمتِ فروخت 2 روپے فی کتاب ہے تو نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں۔

5۔ ایک میوہ فروش نے کچھ مالٹے 20 روپے سینکڑہ کے حساب سے خرید کر 25 پیسے فی مالٹا کے حساب سے بیچ دیے۔ اس کا نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں۔

6۔ ایک دکاندار نے 3 روپے درجن کے حساب سے پنسلیں خرید کر 30 پیسے فی پنسل

کے حساب سے بیچیں - اس کا نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں -

7 - ایک پیٹی جس میں 360 انڈے تھے ، 100 روپے میں خریدی گئی - ان انڈوں کو 5 روپے درجن کے حساب سے بیچنے سے کتنے فی صد نفع یا نقصان ہوگا ؟

8 - میں نے ایک گھوڑا 500 روپے میں خریدا اور 600 روپے میں بیچ دیا - نفع یا نقصان فی صد معلوم کریں -

9 - انور نے ایک کھیت 3500 روپے میں خرید کر 3255 روپے میں بیچ دیا - نقصان فی صد معلوم کریں -

10 - اکبر نے ایک ریڈیو 176 روپے میں خرید کر 209 روپے میں فروخت کر دیا - نفع فی صد معلوم کریں -

11 - ایک تاجر نے 120 کوئنٹل گندم 600 روپے فی کوئنٹل خریدی اور 625 روپے فی کوئنٹل فروخت کر دی - اس کا نفع یا نقصان فی صد بتائیے -

قیمتِ فروخت معلوم کرنا

نفع کی صورت میں قیمتِ فروخت = قیمتِ خرید + نفع

نقصان کی صورت میں قیمت فروخت = قیمت خرید - نقصان

نفع یا نقصان کی شرح عموماً فی صد کے حساب سے ہوتی ہے اور آپ پڑھ چکے ہیں کہ نفع یا نقصان ہمیشہ قیمتِ خرید پر ہوتا ہے - اس لیے

اگر 100 روپے کی چیز پر 3 % نفع ہو تو

قیمت خرید = 100 روپے

نفع = 3 روپے

پس قیمت فروخت = 100 + 3 = 103 روپے

اور اگر 3 % نقصان ہو تو

قیمت خرید = 100 روپے

نقصان = 3 روپے

پس قیمت فروخت = 100 - 3 = 97 روپے

مثال : ایک گھڑی جس کی قیمتِ خرید 175 روپے ہے۔ 7 فی صد نفع پر بیچ دی گئی ہے۔ اس کی قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

7 % نفع کا مطلب ہے کہ اگر قیمت خرید = 100 روپے

تو نفع = 7 روپے

پس قیمت فروخت = 100 + 7 = 107 روپے

گھڑی کی قیمت خرید = 175 روپے

اگر قیمتِ خرید 100 روپے ہے تو قیمتِ فروخت = 107 روپے

اگر قیمتِ خرید 1 روپیہ ہے تو قیمت فروخت = $\frac{107}{100}$

اگر قیمتِ خرید 175 روپے ہے تو قیمتِ فروخت = $\overset{7}{\cancel{175}} \times \frac{107}{\cancel{100}_{4}}$

یعنی قیمتِ فروخت = 187.25 روپے

مشق 6.10

1 — قیمت فروخت معلوم کریں جب کہ

(i) ایک کتاب کی قیمت خرید 4 روپے ہے اور اسے 20 % نفع پر فروخت کر دیا جائے۔

(ii) ایک موٹر بائیسکل کی قیمت خرید 9500 روپے ہے اور اسے 10 % نفع پر بیچ دیا جائے۔

(iii) ایک گھوڑے کی قیمت خرید 325 روپے ہے اور اسے 4 % نقصان پر فروخت کیا گیا ہے۔

(iv) 125 روپے کے مال کو $6\frac{3}{4}$ % نفع پر بیچ دیا گیا ہے۔

(v) 325 روپے کی لاگت کی چیز کو 5 % نفع پر بیچ دیا گیا ہو۔

(vi) ایک ریڈیو کی قیمتِ خرید 160 روپے ہے اور اسے 10 % نفع پر فروخت کیا گیا ہے۔

(vii) 6.50 روپے کی لاگت کی چیز کو 50 % نفع پر بیچا گیا ہو۔

2 — اشرف نے ایک پلنگ 70 روپے میں خریدا ہے۔ وہ 10 % نفع کمانے کے لیے کس قیمت پر اسے فروخت کرے۔

3- ایک آدمی ایک گھڑی جس کی قیمت خرید 625 روپے ہے - 6 % نقصان پر بیچتا ہے۔ گھڑی کی قیمت فروخت معلوم کریں۔

4- ایک کتب فروش نے ایک کتاب 20 روپے میں خریدی اور اسے 5 % نفع پر بیچ دیا۔ اس کتاب کی قیمتِ فروخت معلوم کریں۔

قیمت خرید معلوم کرنا

نفع کی صورت میں قیمت خرید = قیمت فروخت − نفع

نقصان کی صورت میں قیمت خرید = قیمت فروخت + نقصان

مثال : اس سامان کی قیمتِ خرید معلوم کیجیے جسے $3\frac{1}{3}$ % نفع پر 93 روپے میں فروخت کیا گیا ہے۔

حل : $3\frac{1}{3}$ % نفع کا مطلب ہے کہ

اگر قیمت خرید = 100 روپے

تو نفع = $3\frac{1}{3} = \frac{10}{3}$ روپے

اس طرح قیمت فروخت = $100 + \frac{10}{3} = \frac{310}{3}$ روپے

دی ہوئی قیمت فروخت = 93 روپے

$\frac{310}{3}$ روپے قیمتِ فروخت ہو تو قیمتِ خرید = 100 روپے

93 روپے قیمتِ فروخت ہو تو قیمتِ خرید = ؟

اگر قیمت فروخت $\frac{310}{3}$ روپے ہو تو قیمت خرید = 100 روپے

اگر قیمت فروخت 1 روپیہ ہو تو قیمت خرید = $100 \times \frac{3}{310}$ روپے

اگر قیمت فروخت 93 روپے ہو تو قیمت خرید = $100 \times \frac{3}{310} \times 93$ روپے

پس قیمت خرید = 90 روپے

باب 7

جیومیٹری

پانچویں جماعت میں آپ خط، شعاع اور زاویے کے متعلق ابتدائی معلومات حاصل کر چکے ہیں۔ اب آپ ان کے متعلق اور نئی باتیں سیکھیں گے۔

خط:

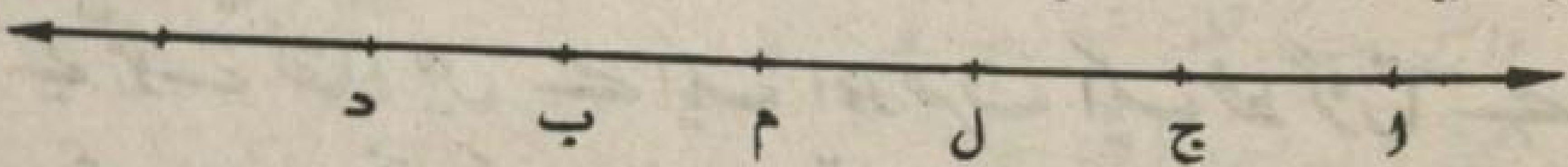
شکل (1) میں ایک خطِ مستقیم ا ب دکھایا گیا ہے۔ اسے خطِ مستقیم ب ا بھی کہہ سکتے ہیں۔ خطِ مستقیم کو مختصراً خط بھی کہتے ہیں۔ علامتی طور پر خط ا ب کو $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ یا $\overleftrightarrow{\text{ب ا}}$ لکھتے ہیں۔

شکل (1)

تیروں کے نشان ظاہر کرتے ہیں کہ خط ا ب دونوں سمتوں میں غیر متناہی طور پر بڑھتا جاتا ہے اور اس کا کوئی سرا نہیں ہوتا۔

کسی دیے ہوئے خط کو کئی ناموں سے پکارا جا سکتا ہے۔ مثلاً

شکل (2)



$\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ کو $\overleftrightarrow{\text{ج د}}$، $\overleftrightarrow{\text{ل د}}$، $\overleftrightarrow{\text{ل م}}$، $\overleftrightarrow{\text{ج ب}}$ وغیرہ ناموں سے بھی پکار سکتے ہیں۔

واضح رہے کہ خط کو اُس کے کوئی سے دو نقاط کے ناموں سے پکارا جا سکتا ہے۔



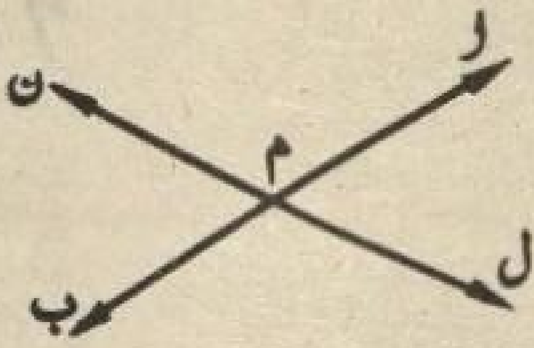
شکل (3)

شکل (3) میں خطوط $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$، $\overleftrightarrow{\text{ج د}}$، $\overleftrightarrow{\text{س ش}}$، $\overleftrightarrow{\text{ع غ}}$ نقطہ م سے گزرتے دکھائے گئے ہیں۔ کیا آپ اور خطوط کھینچ سکتے ہیں جو نقطہ م میں سے گزریں؟

ہاں ہم جتنے خطوط چاہیں کھینچ سکتے ہیں۔ پس کسی ایک دیے ہوئے نقطہ میں سے بے شمار خطوط گزرتے ہیں۔

ایک ہی نقطہ میں سے گزرنے والے خطوط کو ہم نقطۂ خطوط کہتے ہیں ۔

شکل (4) پر غور کریں ۔

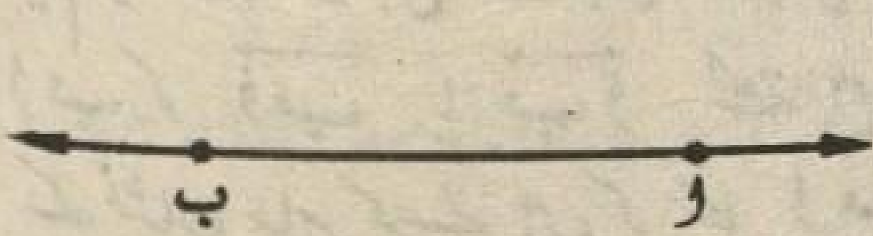


شکل (4)

اس میں دو خطوط ا ب اور ل ن دکھائے گئے ہیں اور نقطہ م ان میں سے ہر ایک پر واقع ہے ۔ یعنی نقطہ م دونوں میں مشترک ہے ۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ل ن}}$ کو نقطہ م پر کاٹتا ہے یا قطع کرتا ہے ۔ ایسے خطوط متقاطع خطوط کہلاتے ہیں ۔ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ اور $\overleftrightarrow{\text{ل ن}}$ متقاطع خطوط ہیں اور ان کا مشترک نقطہ م ان خطوط کا نقطہ تقاطع ہے ۔

کیا $\overleftrightarrow{\text{ن ل}}$ اور $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ میں نقطہ م کے علاوہ کوئی اور نقطہ مشترک ہو سکتا ہے ؟
اگر آپ کوشش بھی کریں تو ایسا نقطہ معلوم نہیں کیا جا سکتا ۔ اس لیے ہم کہتے ہیں کہ
"دو متقاطع خطوط کا ایک اور صرف ایک نقطہ تقاطع ہوتا ہے ۔"

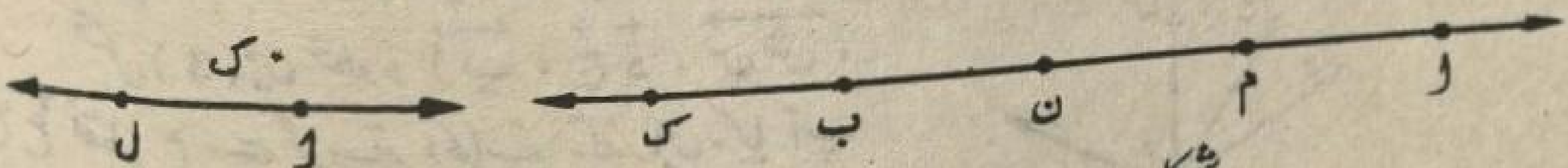
کیا آپ شکل (5) میں دکھائے گئے خط ا ب کے علاوہ نقاط ا اور ب میں سے گزرتا ہوا کوئی اور خط کھینچ سکتے ہیں ؟



شکل (5)

اگر ہم کوشش بھی کریں تو ایسا نہیں کر سکتے ۔
اس لیے ہم کہتے ہیں کہ :
"دو دیے ہوئے نقاط میں سے ایک اور صرف ایک خط گزرتا ہے ۔"

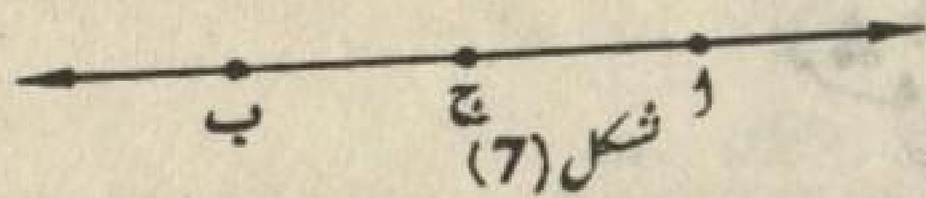
اگر تین یا تین سے زیادہ نقاط ایک ہی خط پر واقع ہوں تو وہ ہم خط نقاط کہلاتے ہیں ۔ مثلاً شکل (6) میں نقاط ا ، م ، ن ، ب ہم خط نقاط ہیں ۔



شکل (6.1)　　　　شکل (6)

اگر تین یا زیادہ نقاط ایک ہی خط پر واقع نہ ہوں تو وہ غیر ہم خط نقاط کہلاتے ہیں ۔ مثلاً شکل (6.1) میں نقاط ا ، ک ، ل غیر ہم خط نقاط ہیں ۔

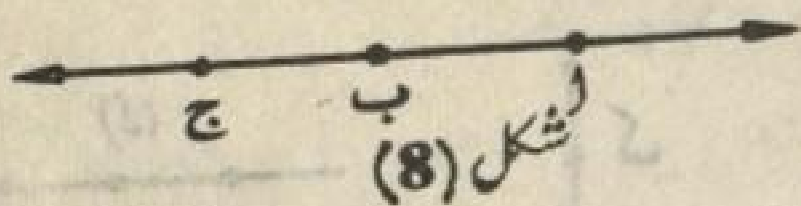
درمیان ہونے کا تصوّر



شکل (7)

شکل (7) کو غور سے دیکھیں۔

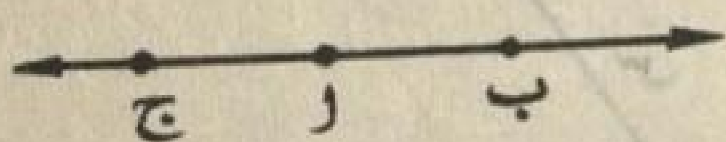
تین نقاط ا، ج، ب ایک خط پر ایک دی ہوئی ترتیب کے مطابق واقع ہیں۔ اس صورت میں ہم کہتے ہیں کہ نقطہ ج باقی دو نقاط ا، ب کے درمیان واقع ہے۔



شکل (8)

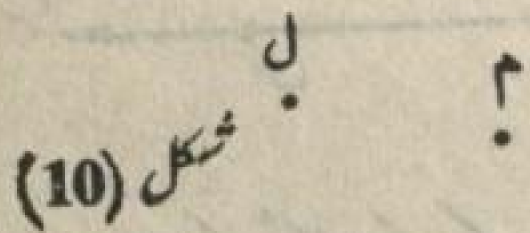
اسی طرح شکل (8) میں نقطہ ب نقاط ا اور ج کے درمیان واقع ہے۔

شکل (9) میں نقطہ ا نقاط ب اور ج کے درمیان واقع ہے۔



شکل (9)

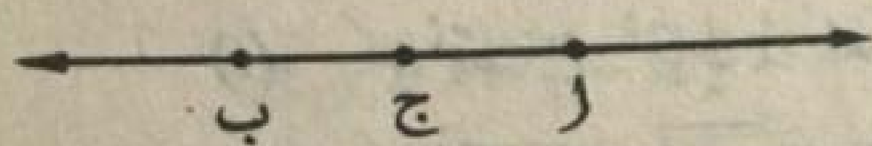
لیکن اگر نقاط غیر ہم خط ہوں جیسے کہ شکل (10) میں دکھائے گئے ہیں تو یہ بتانا مشکل ہوگا کہ ان میں سے کون سا نقطہ باقی دو نقطوں کے درمیان ہے۔



شکل (10)

"درمیان" ہونے کا تصوّر صرف ہم خط نقاط سے وابستہ ہے

"درمیان" ہونے کے تصوّر کو پیمائش کے ذریعے زیادہ آسانی سے سمجھا جا سکتا ہے۔ اگر ا، ب، ج تین ہم خط نقاط ہوں اور م $\overline{\text{اج}}$ + م $\overline{\text{جب}}$ = م $\overline{\text{اب}}$ تو نقطہ ج باقی دو نقاط ا اور ب کے درمیان ہوگا۔



شکل (11)

واضح رہے کہ قطعۂ خط اب کو علامتی طور پر $\overline{\text{اب}}$ لکھتے ہیں۔ جبکہ م$\overline{\text{اب}}$ سے مراد قطعۂ خط اب کی مقدار یا پیمائش ہے۔

پرے کا تصوّر

اگر تین نقاط ا، ب، ج ایک خط پر اس طرح واقع ہوں کہ نقطہ ب نقاط ا اور ج کے درمیان ہو جیسا کہ شکل (12) میں دکھایا گیا ہے۔

تو ہم کہتے ہیں کہ نقطہ ج خط اب پر نقطہ ب سے "پرے" ہے۔



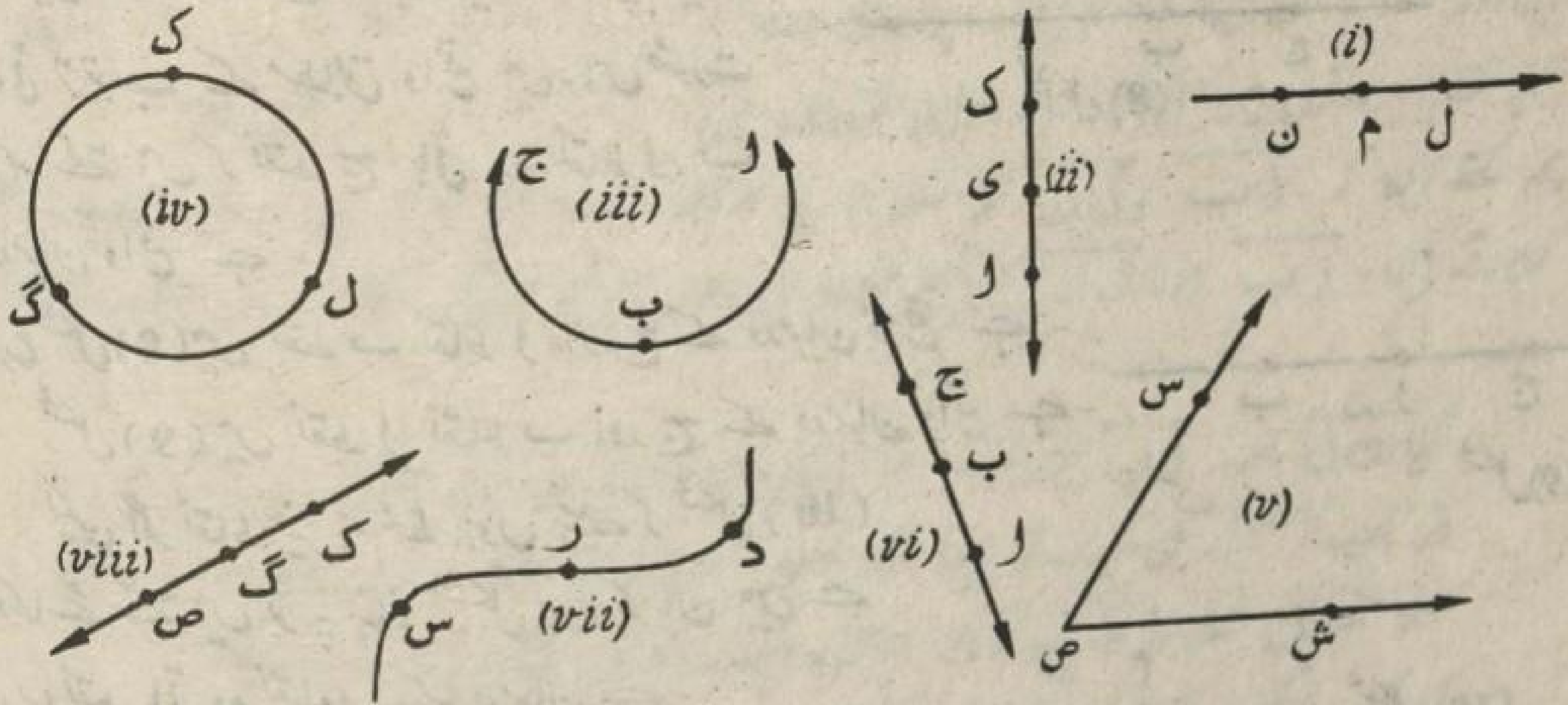
شکل (12)

ہم یہ بھی کہہ سکتے ہیں کہ:

نقطہ ا خط جب پر نقطہ ب سے "پرے" ہے۔

مشق 7.1

1– مندرجہ ذیل اشکال میں کون سا نقطہ باقی دو کے درمیان واقع ہے۔



2– سامنے کی شکل دیکھ کر ذیل کے سوالوں کے جواب ہاں یا نہیں میں دیں۔

ب ج ا

(i) کیا نقطہ ج نقاط ا اور ب کے درمیان واقع ہے؟

(ii) کیا نقطہ ج $\overline{\text{اب}}$ پر واقع ہے؟

(iii) کیا نقاط ا، ب، ج غیر ہم خط نقاط ہیں؟

(iv) کیا م $\overline{\text{اج}}$ + م $\overline{\text{جب}}$ = م $\overline{\text{اب}}$

3– کیا ایک سے زیادہ نقاط دو نقاط کے درمیان ہو سکتے ہیں؟

4– اگر م $\overline{\text{اب}}$ = 3 سم اور م $\overline{\text{اج}}$ = 7 سم ہو تو معلوم کریں کہ کون سا نقطہ کون سے دو نقطوں کے درمیان ہوگا جب کہ ا، ب، ج ہم خط نقاط ہیں۔ نیز $\overline{\text{بج}}$ کی مقدار معلوم کریں۔

5– کیا درمیان ہونے کا تصوّر صرف ہم خط نقاط سے ہی وابستہ ہے؟

6– دی ہوئی شکل کی مدد سے بتائیں کہ مندرجہ ذیل بیانات درست ہیں یا غلط؟



(i) نقطہ ب ، $\overleftrightarrow{\text{اد}}$ پر نقاط ا اور د کے درمیان ہے ۔

(ii) نقطہ ج ، $\overline{\text{اج}}$ پر نقاط ا اور ب کے درمیان ہے ۔

(iii) نقطہ ج ، $\overline{\text{بد}}$ پر نقاط ا اور د کے درمیان ہے ۔

(iv) نقطہ ج ، $\overleftrightarrow{\text{اد}}$ پر نقاط ا اور د کے درمیان ہے ۔

7- کیا پرے کا تصور غیر ہم خط نقاط سے وابستہ ہے؟

8- سوال نمبر 1 میں دی گئی اشکال دیکھ کر بتائیں کہ کون سا نقطہ کس شکل میں کس نقطہ سے پرے ہے؟

قطعۂ خط:



سامنے شکل میں ایک قطعۂ خط ا ب دکھایا گیا ہے جسے علامتی طور پر $\overline{\text{اب}}$ لکھتے ہیں ۔

$\overline{\text{اب}}$ نقاط کا ایسا سیٹ ہے جو کہ مشتمل ہے:

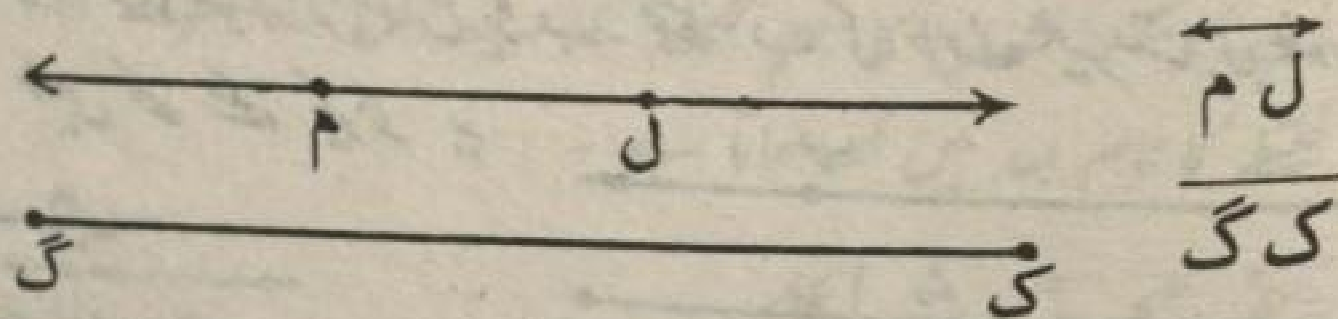
(i) نقاط ا ، ب پر اور

(ii) ان تمام نقاط پر جو کہ ا اور ب کے درمیان ہیں یعنی

$\overline{\text{اب}}$ = {ا} U {ب} U ا اور ب کے درمیان تمام نقاط کا سیٹ

قطعۂ خط ا ب کو قطعۂ خط ب ا بھی کہہ سکتے ہیں ۔ کیونکہ $\overline{\text{اب}}$ اور $\overline{\text{با}}$ نقاط کے مساوی سیٹ ہیں۔ نقاط ا اور ب قطعۂ خط ا ب کے سرے ہیں ۔

یاد رہے کہ خط کو اس کے کوئی سے دو نقاط کے ناموں سے پکارا جا سکتا ہے ۔ لیکن قطعۂ خط کو اس کے سروں کے ناموں سے پکارا جاتا ہے مثلاً

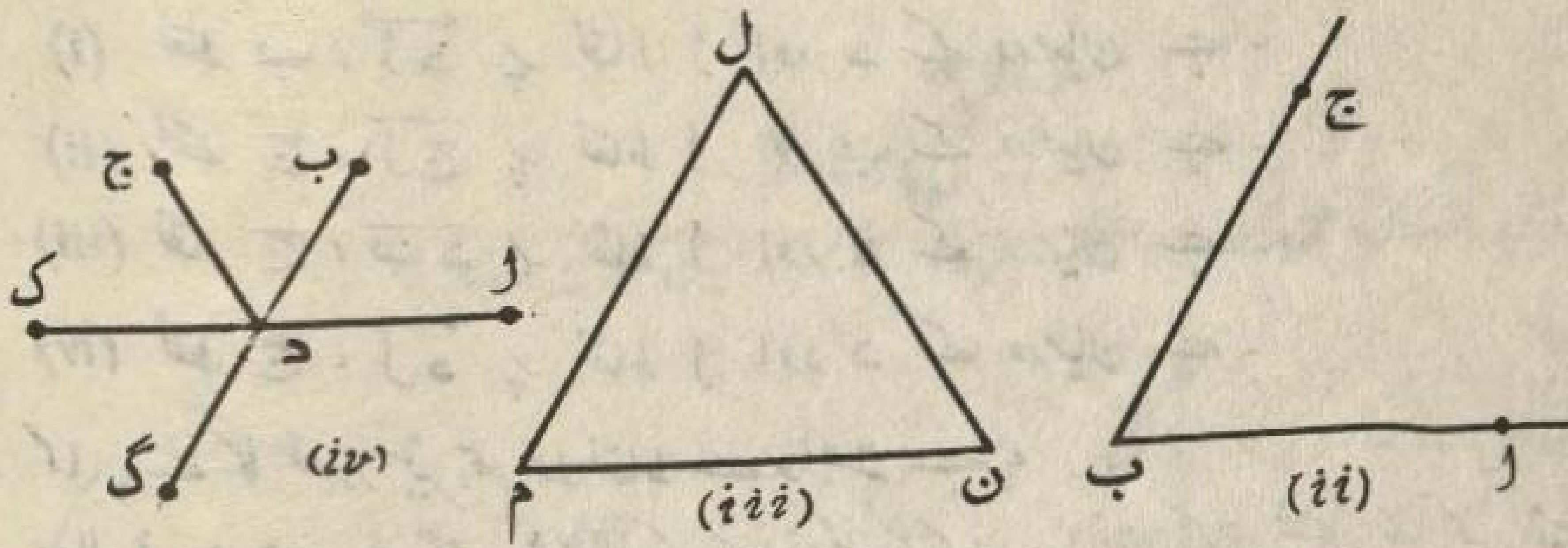


$\overleftrightarrow{\text{لم}}$

$\overline{\text{کگ}}$

دو یا زیادہ قطعاتِ خط کا ایک سرا مشترک ہو سکتا ہے ۔

جیساکہ اشکال (ii) ، (iii) اور (iv) سے ظاہر ہے ۔



شکل (ii) میں اب اور ب ج کا مشترک سرا ب ہے۔
شکل (iii) میں ل ن اور ن م کا مشترک سرا ن ہے۔
شکل (iii) میں ن م اور م ل کا مشترک سرا م ہے۔
شکل (iii) میں م ل اور ل ن کا مشترک سرا ل ہے۔
شکل (iv) میں ا د ، ب د ، ج د ، ک د اور گ د کا مشترک سرا د ہے۔
یاد رہے کہ دو مختلف قطعات خط میں صرف ایک سرا مشترک ہو سکتا ہے لیکن دونوں سرے مشترک نہیں ہو سکتے۔

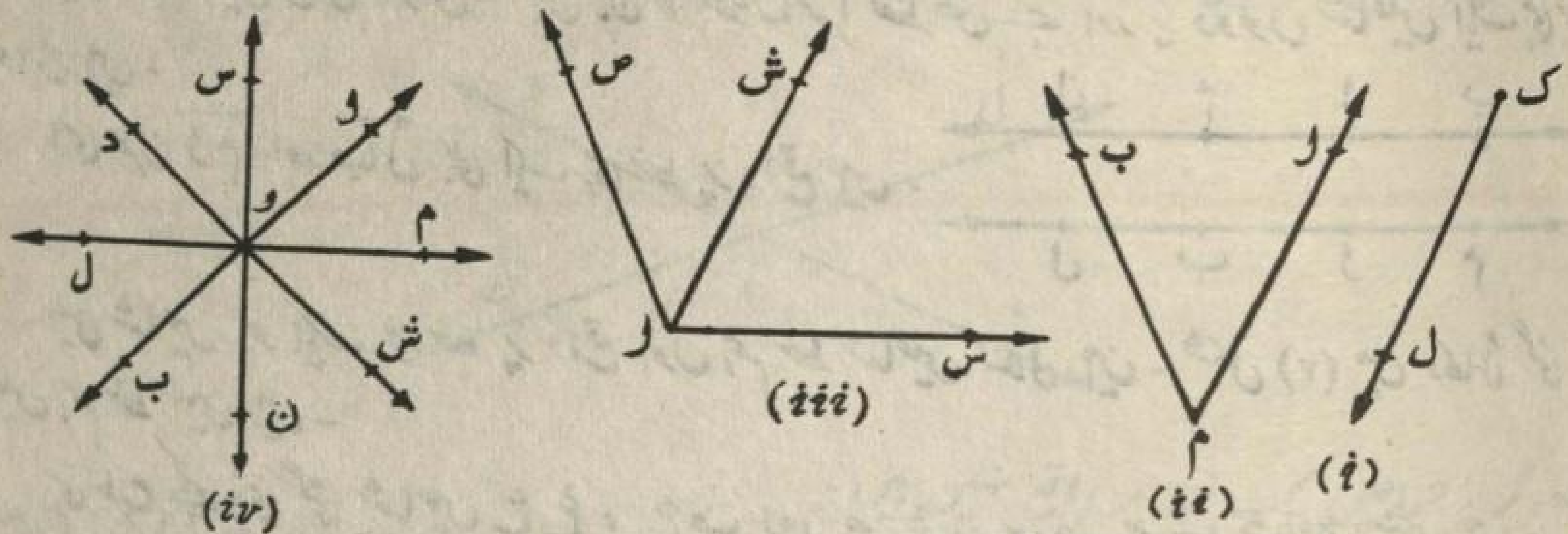
شعاع:

اگر ا، ب دو نقاط ہوں تو شعاع اب مشتمل ہے:
(i) قطعۂ خط اب کے نقاط اور
ان تمام نقاط پر جو خط اب پر نقطہ ب سے پرے واقع ہیں۔
شعاع اب کو علامتی طور پر اب لکھتے ہیں۔
یہاں پر تیر کا نشان یہ ظاہر کرتا ہے کہ شعاع اب نقطہ ب کی طرف غیر متناہی طور پر بڑھتی ہے۔ اب کو ب ا یا اب نہیں لکھ سکتے کیونکہ یہ دونوں شعاعیں اب سے مختلف ہیں۔





جیسا کہ سامنے کی شکل سے ظاہر ہے۔
نقطہ ا شعاع اب کا سرا کہلاتا ہے۔ واضح رہے کہ شعاع کا ایک ہی سرا ہوتا ہے۔



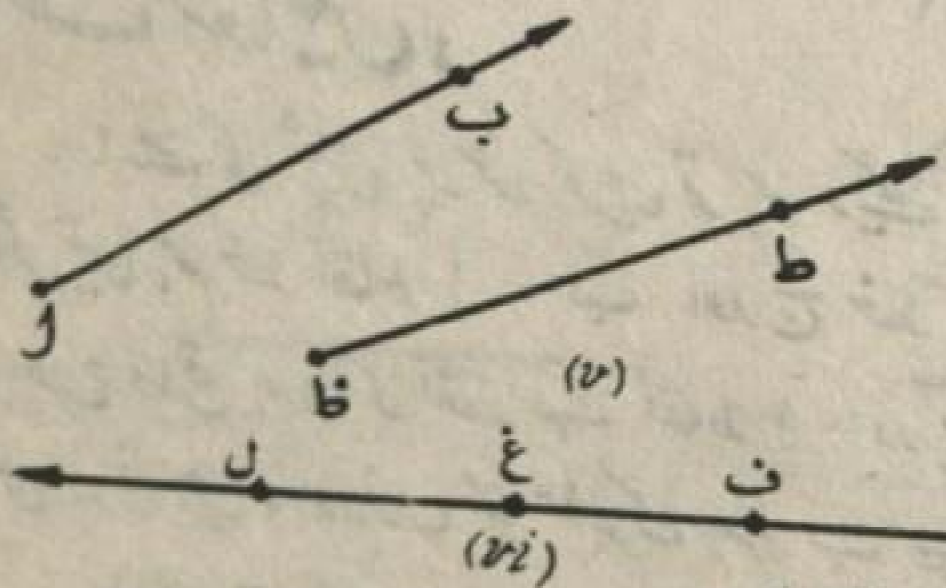
شکل (i) میں نقطہ ک ، ک ل کا سِرا ہے ۔

شکل (ii) میں م ا اور م ب کا مشترک سِرا نقطہ م ہے ۔

شکل (iii) میں ا س ، ا ش اور ا ص کا مشترک سرا نقطہ ا ہے ۔ اسی طرح

شکل (iv) میں و م ، و س ، و ا ، و ن ، و ب ، و ش ، و ل اور و د کا مشترک سِرا نقطہ و ہے ۔

اس سے ظاہر ہوا کہ کسی ایک نقطہ سے بے شمار شعاعیں گزرتی ہیں ۔ ایسی شعاعیں جن کا سِرا مشترک ہو ہم سِرا شعاعیں کہلاتی ہیں ۔ مثلاً شکل (iv) میں شعاعیں و م ، و ا ، و س ، و ل ، و ن ، و ب ، و ش اور و د ہم سِرا شعاعیں ہیں ۔

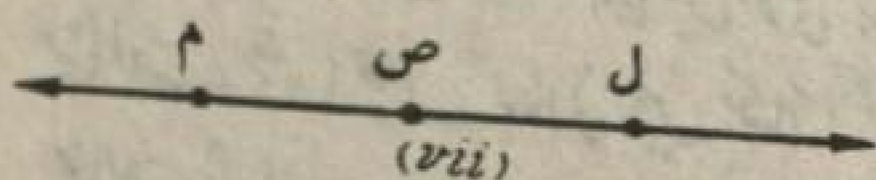


لیکن سامنے دی گئی شعاعیں ہم سِرا نہیں ۔ کیونکہ اُن کے سرے مختلف ہیں ۔

ایک شعاع کے ایک سے زیادہ نام بھی ہو سکتے ہیں مثلاً سامنے دی ہوئی شکل پر غور کریں ۔

ع ف ، ع غ ، ع ل ایک ہی شعاع کے مختلف نام ہیں ۔

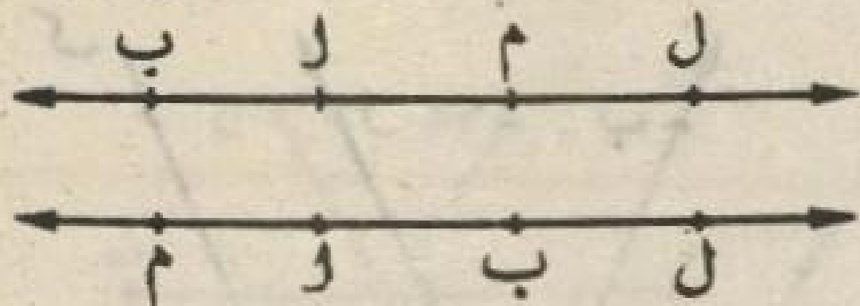
واضح رہے کہ کسی شعاع کا نام لکھنے کے لیے اُس کے سِرے کا نام پہلے لکھا جاتا ہے اور اُس پر واقع کسی اور نقطے کا نام بعد میں لکھا جاتا ہے ۔



ہم خط اور غیر ہم خط شعاعیں:

دی گئی شکل پر غور کرنے سے ہم دیکھتے ہیں

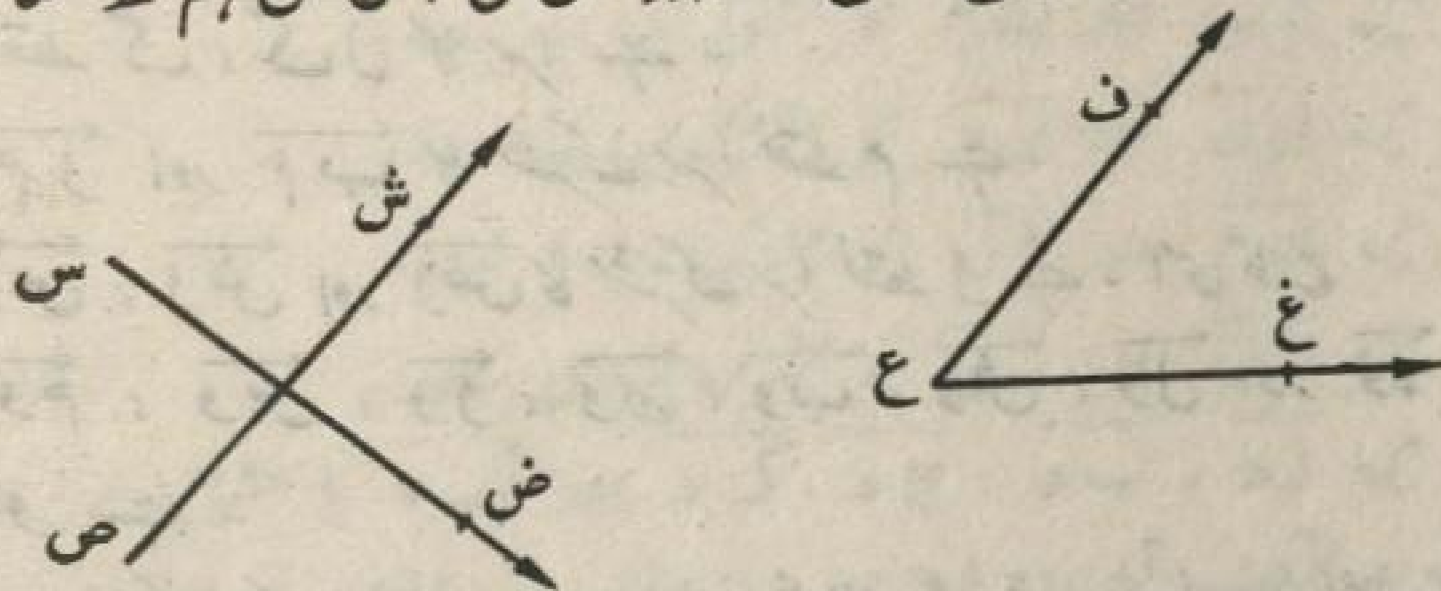
کہ اس میں دو شعاعیں ص ل اور ص م ہیں جن کا مشترک سرا نقطہ ص ہے اور یہ دونوں شعاعیں ایک ہی خط پر واقع ہیں۔



اسی طرح ا م اور ب ل بھی ایک ہی خط پر واقع ہیں۔

ایسی شعاعیں جو ایک ہی خط پر واقع ہوں ہم خط شعاعیں کہلاتی ہیں۔ شکل (۷) میں دکھائی گئی شعاعیں ہم خط نہیں ہیں۔

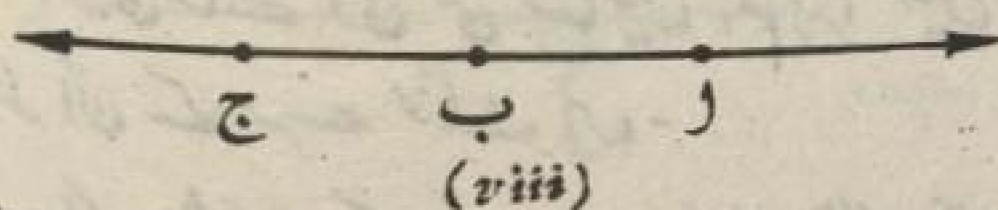
اسی طرح نیچے دی گئی شعاعیں ع غ ، ع ف اور ص ش ، س ض ہم خط شعاعیں نہیں ہیں۔



پس ایسی شعاعیں جو ہم خط نہ ہوں غیر ہم خط شعاعیں کہلاتی ہیں۔

مُخالف شعاعیں:

سامنے کی شکل پر غور کریں تو ہم دیکھتے ہیں کہ اگر تین ہم خط نقاط ا ، ب اور ج خط پر



(viii)

اس طرح واقع ہوں کہ نقطہ ب نقاط ا اور ج کے درمیان ہو تو ہمیں دو شعاعیں ب ا اور ب ج حاصل ہوتی ہیں۔ دونوں کا مشترک سرا ب ہے۔ اور دونوں شعاعیں ہم خط ہیں۔ پس دو ایسی شعاعیں جو

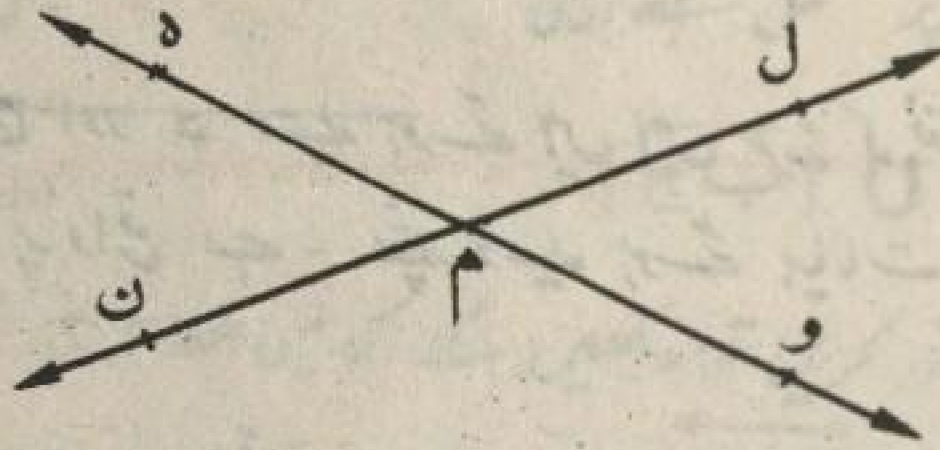
(i) ہم خط ہوں

(ii) ہم سرا ہوں

(iii) سرے کے علاوہ ان میں کوئی اور نقطہ مشترک نہ ہو۔

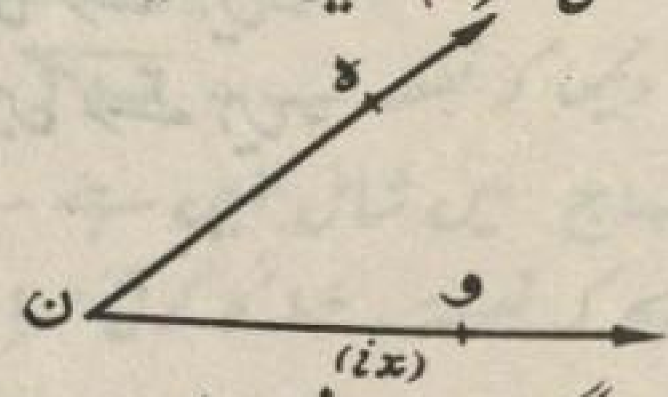
مخالف شعاعیں کہلاتی ہیں مثلاً اگلے صفحہ پر دی گئی شکل میں م ل اور م ن مخالف شعاعیں ہیں۔ اور م و ، م ہ بھی مخالف شعاعیں ہیں۔

شکل (ix) میں شعاعیں ن و اور ن ہ مخالف شعاعیں نہیں ہیں۔ کیونکہ اگرچہ ان کا سرا ن مشترک

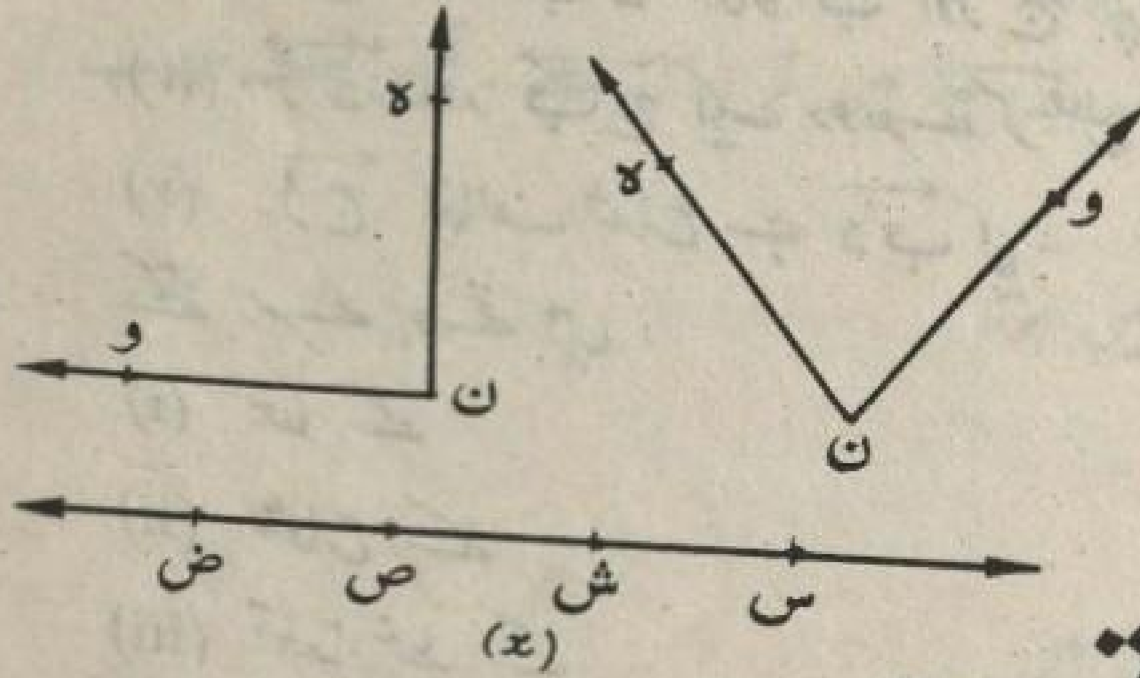


ہے۔ مگر یہ شعاعیں ایک خط پر واقع نہیں ہیں۔

اسی طرح شکل (x) میں شعاعیں ش س اور ص ض مخالف شعاعیں نہیں ہیں۔ کیونکہ یہ شعاعیں

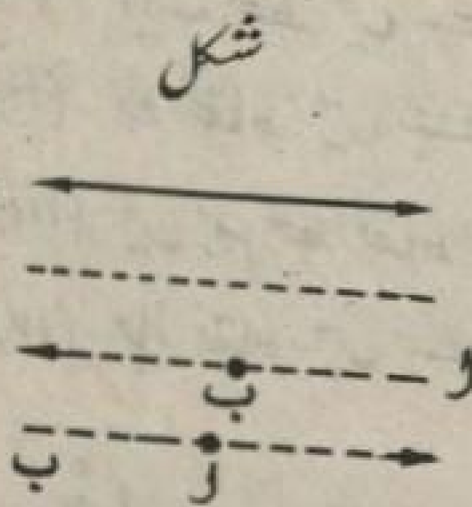
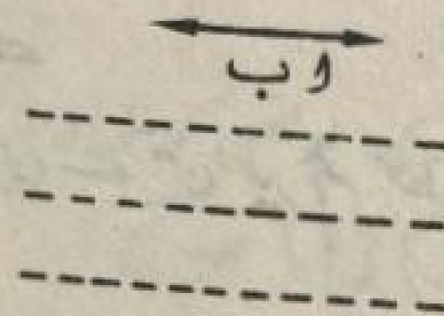


اگرچہ ہم خط ہیں مگر ہم سرا نہیں ہیں۔



مشق 7.2

1۔ دی ہوئی مثال کے مطابق خالی جگہوں کو پُر کیجیے۔

شکل	علامت	نام
		(i) خط اب
		(ii) قطعۂ خط اب
		(iii) شعاع اب
		(iv) شعاع اب کی مخالف شعاع

2۔ (i) کیا $\overleftrightarrow{اب} = \overleftrightarrow{با}$ کیوں ؟

(ii) کیا $\overleftarrow{اب} = \overleftarrow{با}$ کیوں ؟

(iii) کیا $\overline{اب} = \overline{با}$ کیوں ؟

3 – د، س، ص تین نقاط ایک خط پر واقع ہیں۔ ان تینوں نقاط میں سے گزرتے ہوئے کتنے خطوط کھینچے جا سکتے ہیں۔

4 – چار نقاط ا، ب، ج اور د دیے ہوئے ہیں اس طرح کہ نقطہ ب، اج پر واقع ہے اور نقطہ ج، ب د پر واقع ہے۔ نیچے دیے ہوئے بیانات میں سے کون سا بیان درست ہے؟

(i) نقطہ ا خط ب ج پر واقع ہے۔

(ii) ا ج اور ب د ایک ہی شعاع کے دو مختلف نام ہیں۔

(iii) ا ج اور ب د نقاط ب اور ج پر قطع کرتے ہیں۔

(iv) ا د اور ب ج ایک دوسرے کو قطع نہیں کرتے ہیں۔

(v) ا ج مخالف شعاع ہے د ب کی۔

5 – کتنے سرے ہوتے ہیں:

(i) خط کے

(ii) شعاع کے

(iii) قطعۂ خط کے

6 – کتنے قطعاتِ خط، شعاعیں اور خط گزر سکتے ہیں۔

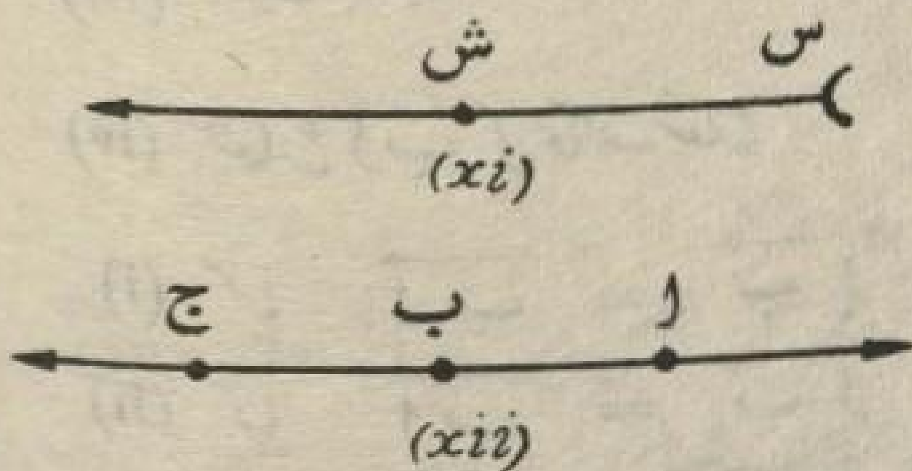
(i) ایک نقطہ میں سے

(ii) دو نقاط میں سے

(iii) تین ہم خط نقاط میں سے

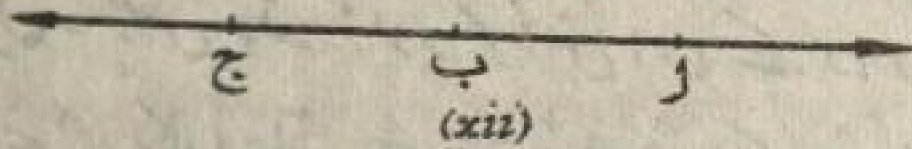
(iv) چار نقاط میں سے جن میں سے تین غیر ہم خط ہیں۔

نصف خط



سامنے کی شکل میں ایک نصف خط س ش دکھایا گیا ہے۔ جسے علامتی طور پر س ش لکھتے ہیں۔ س ش نقاط کا ایسا سیٹ ہے جو کہ س ش کے سرا س کے علاوہ اس کے باقی تمام نقاط پر مشتمل ہے۔

شکل (xii) میں ایک خط ا ج دکھایا گیا ہے ۔ جو
" شعاعوں ب ا اور ب ج پر مشتمل ہے یعنی



$\overleftrightarrow{\text{اج}} = \{\overleftarrow{\text{با}}\} \cup \{\overleftarrow{\text{بج}}\}$

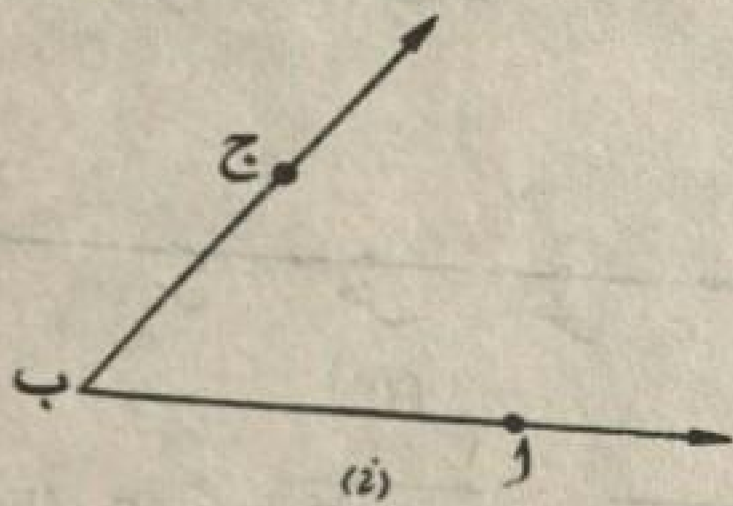
اگر آپ اس شکل پر غور کریں تو دیکھیں گے کہ یہی خط ا ج مشتمل ہے :

(i) نصف خط ب ا ($\overleftarrow{\text{با}}$) پر
(ii) نقطہ ب پر اور
(iii) نصف خط ب ج ($\overleftarrow{\text{بج}}$) پر

آپ نے دیکھا کہ نقطہ ب ، $\overleftarrow{\text{با}}$ اور $\overleftarrow{\text{بج}}$ میں تو شامل ہے ۔ لیکن نصف خط ب ا اور نصف خط ب ج میں شامل نہیں ہے ۔

واضح رہے کہ نصف خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا ۔

زاویہ



سامنے دی ہوئی شکل پر غور کریں ۔ اس میں، دو شعاعیں ب ا اور ب ج دکھائی گئی ہیں ۔ جو کہ غیر ہم خط ہیں ۔ نقطہ ب ، $\overleftarrow{\text{با}}$ اور $\overleftarrow{\text{بج}}$ کا مشترک سرا ہے یعنی یہ ہم سرا غیر ہم خط شعاعیں ہیں ایسی دو شعاعوں کے یونین کو زاویہ کہتے ہیں ۔

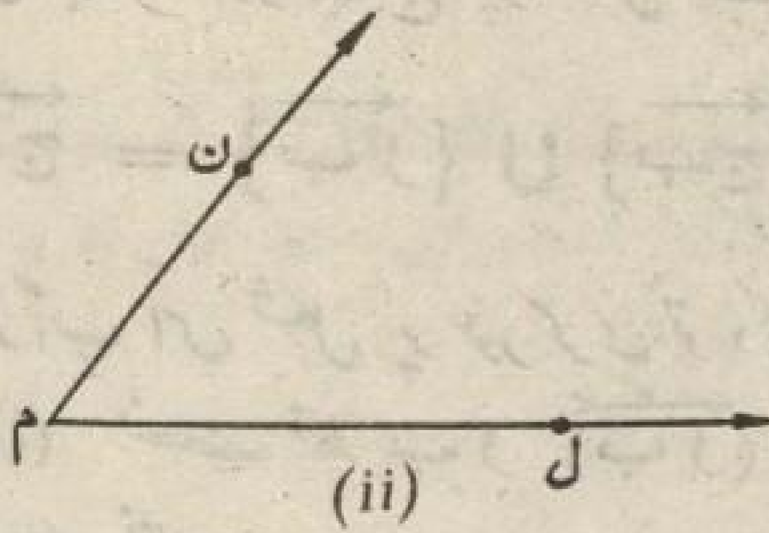
پس " دو ہم سرا غیر ہم خط شعاعوں کے یونین کو زاویہ کہتے ہیں ۔

یعنی زاویہ ا ب ج $= \{\overleftarrow{\text{با}}\} \cup \{\overleftarrow{\text{بج}}\}$

اُوپر کی شکل کو زاویہ ا ب ج پڑھتے ہیں اور اسے زاویہ ج ب ا بھی کہتے ہیں ۔

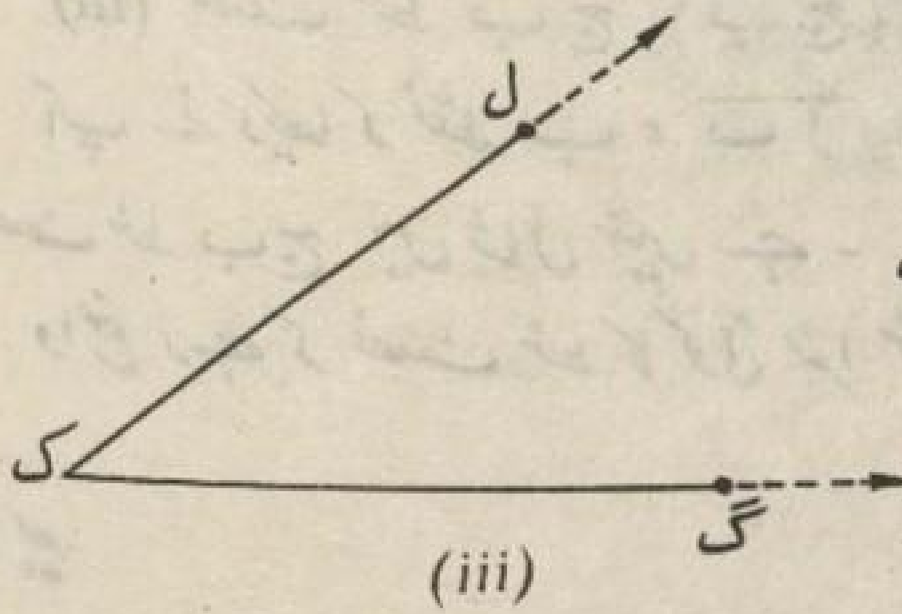
علامتی طور پر " زاویہ ا ب ج " کو ا ب̂ ج لکھتے ہیں ۔

شعاعوں کا مشترک سرا زاویے کا راس کہلاتا ہے۔ مثلاً زاویہ ل م ن میں نقطہ م اس زاویہ کا راس ہے۔ شعاع م ل اور شعاع م ن کو اس زاویہ کے بازو کہتے ہیں۔ بعض دفعہ زاویہ کو محض اس کے راس کے نام سے بھی پکارا جاتا ہے۔ مثلاً ل مˆن کو مˆ بھی کہہ سکتے ہیں۔

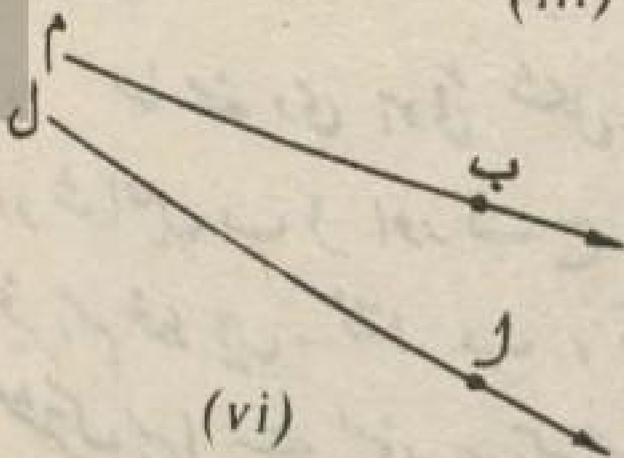


(ii)

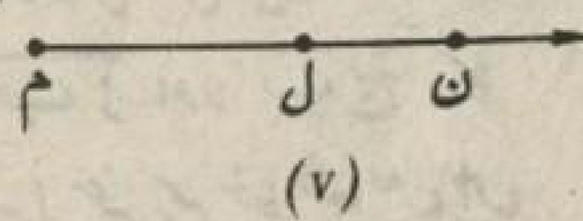
شکل (iii) میں دو غیر ہم خط، ہم سرا قطعات خط ک گ اور ک ل دکھائے گئے ہیں۔ ک گ اور ک ل کا یونین زاویہ نہیں ہے۔ ایسی صورت میں ہم کہتے ہیں کہ ک گ اور ک ل کا یونین زاویہ ل ک گ کا تعین کرتا ہے۔ کیونکہ ک ل شعاع ک ل پر اور ک گ شعاع ک گ پر واقع ہے۔ نیز ک ان شعاعوں کا مشترک سرا ہے۔



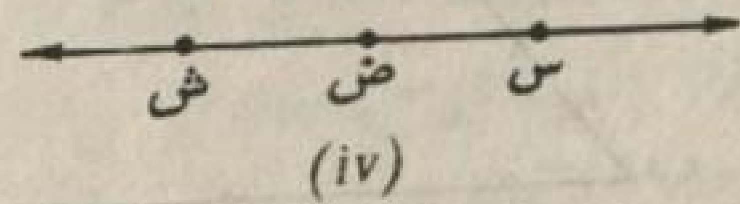
(iii)



(vi)



(v)



(iv)

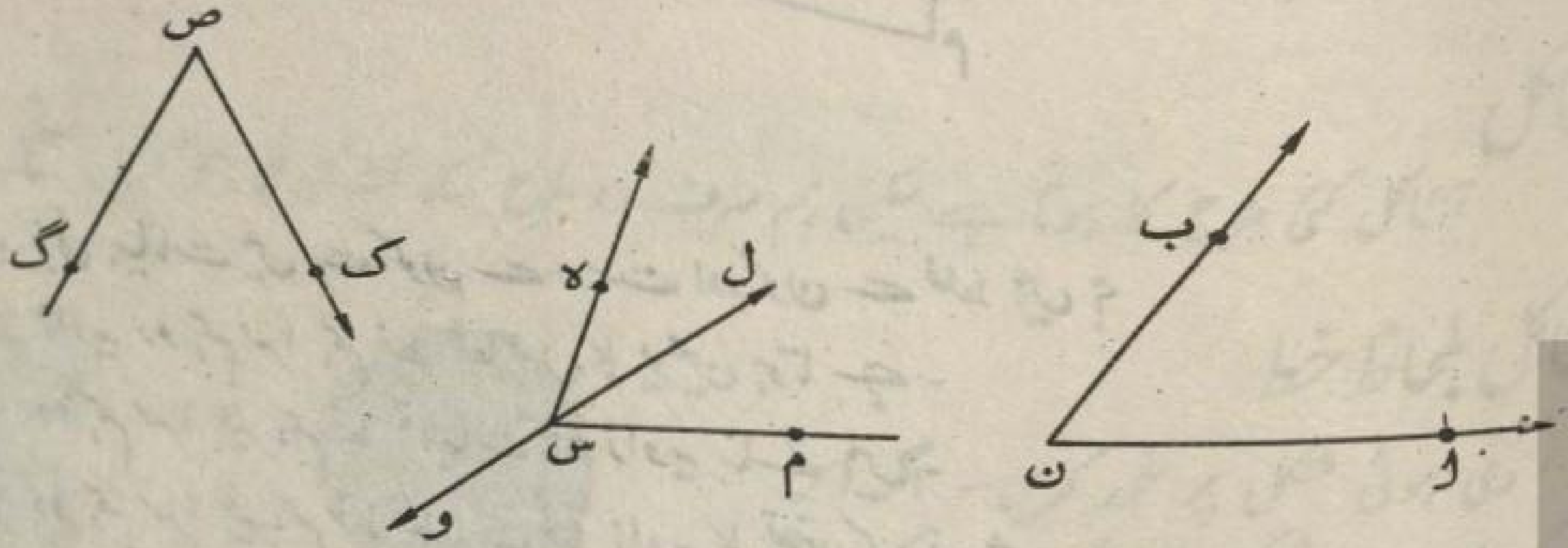
شکل (iv) میں اگرچہ ض س اور ض ش ہم سرا شعاعیں ہیں۔ لیکن یہ زاویہ نہیں بناتیں۔ کیونکہ یہ ہم خط ہیں۔ اسی طرح

شکل (v) میں م ل اور م ن بھی زاویہ نہیں بناتیں۔ کیونکہ یہ ایک ہی شعاع کو ظاہر کر رہی ہیں۔

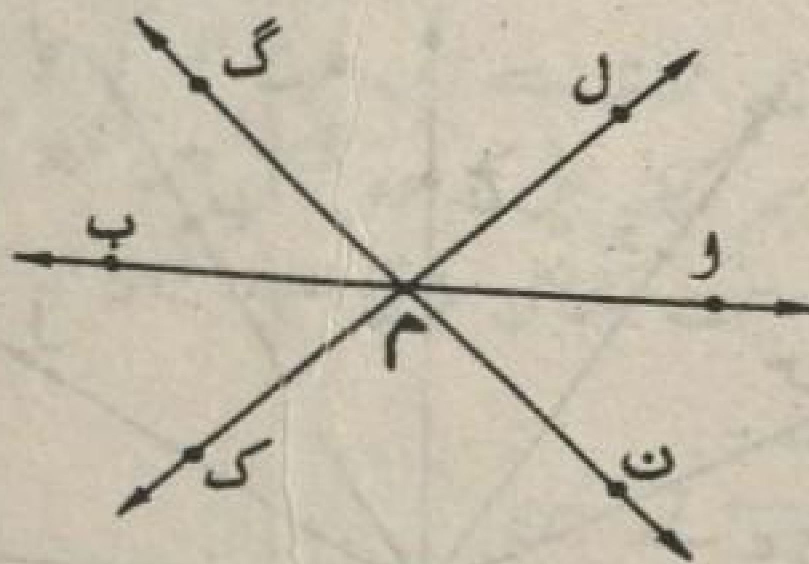
شکل (vi) میں دی ہوئی شعاعیں بھی زاویہ نہیں بناتیں۔ کیونکہ دی ہوئی شعاعیں ہم سرا نہیں ہیں۔

مشق 7.3

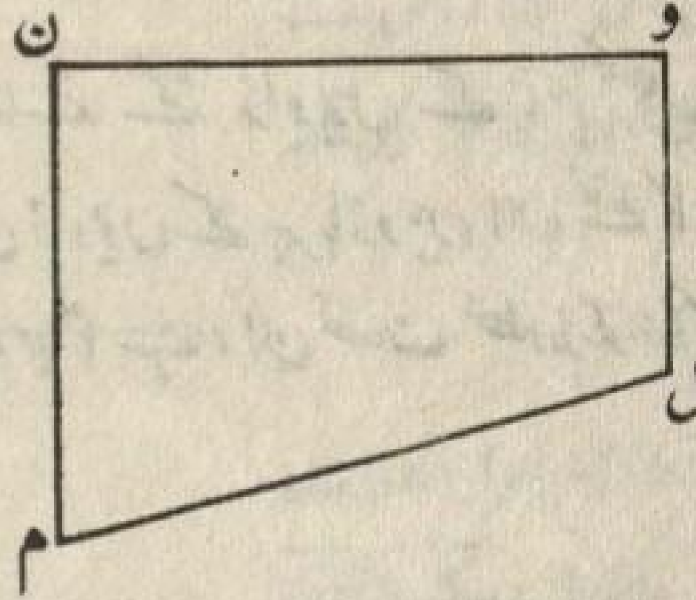
1- مندرجہ ذیل اشکال میں دکھائے گئے زاویوں کے نام لکھیں - زاویہ کے راس اور بازوؤں کے نام بھی بتائیے- نیز ان زاویوں کے ہر بازو میں اس نقطے کا نام لکھیں جس کو چھوڑ دینے سے باقی بازو ایک نصف خط رہ جاتا ہے ، ان نصف خطوط کو علامتی طور پر بھی ظاہر کیجیے -



2 - دی ہوئی شکل میں زاویوں کی تعداد بتائیں اور ان کے نام لکھیں ؛



3 – نیچے دی گئی شکل میں ل م ، م ن ، ن و ، و ل جن زاویوں کا تعین کرتے ہیں ان کے نام لکھیں :



4 – مندرجہ ذیل بیانات میں سے کون سے درست اور کون سے غلط ہیں ؟

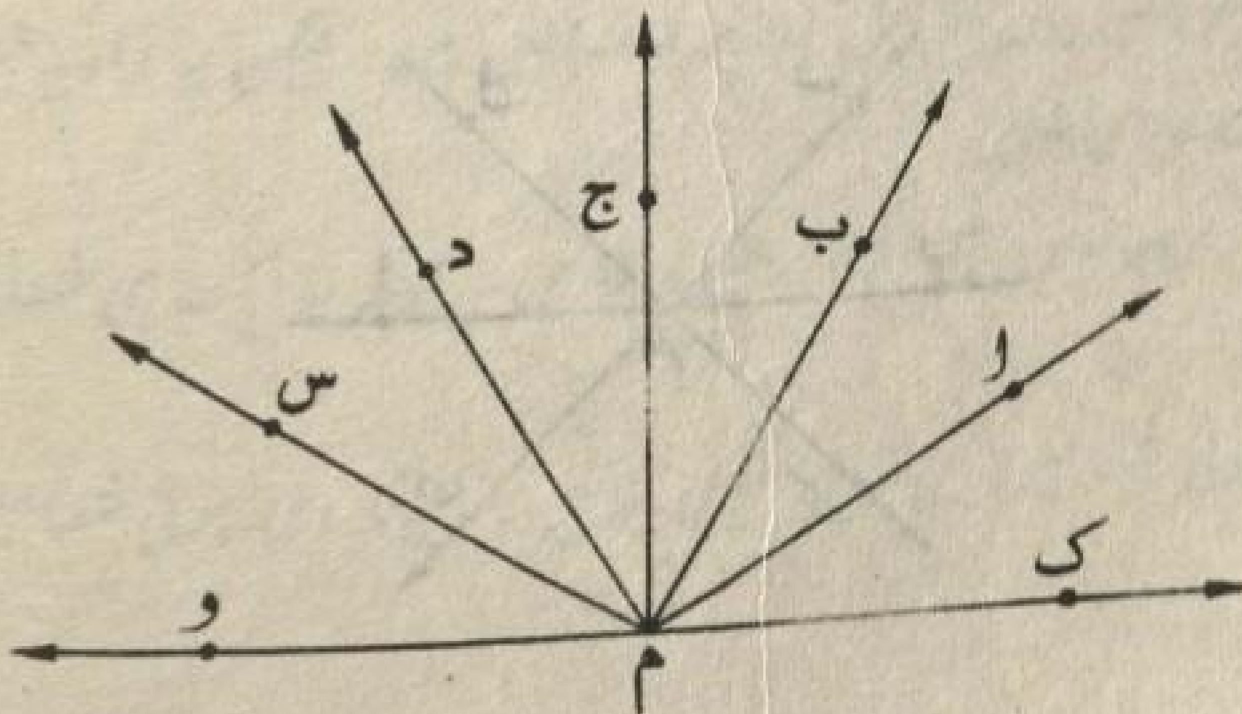
(i) زاویہ دو ہم سرا ہم خط شعاعوں کا یونین ہوتا ہے ۔

(ii) دو ہم سرا غیر ہم خط قطعاتِ خط زاویہ بناتے ہیں ۔

(iii) دو ہم سرا غیر ہم خط قطعاتِ خط زاویہ کا تعین کرتے ہیں ۔

(iv) ا ب ج اور ج ب ا ایک ہی زاویہ کے دو نام ہیں ۔

5 – نیچے دی ہوئی شکل میں زاویوں کی تعداد بتائیں ؛



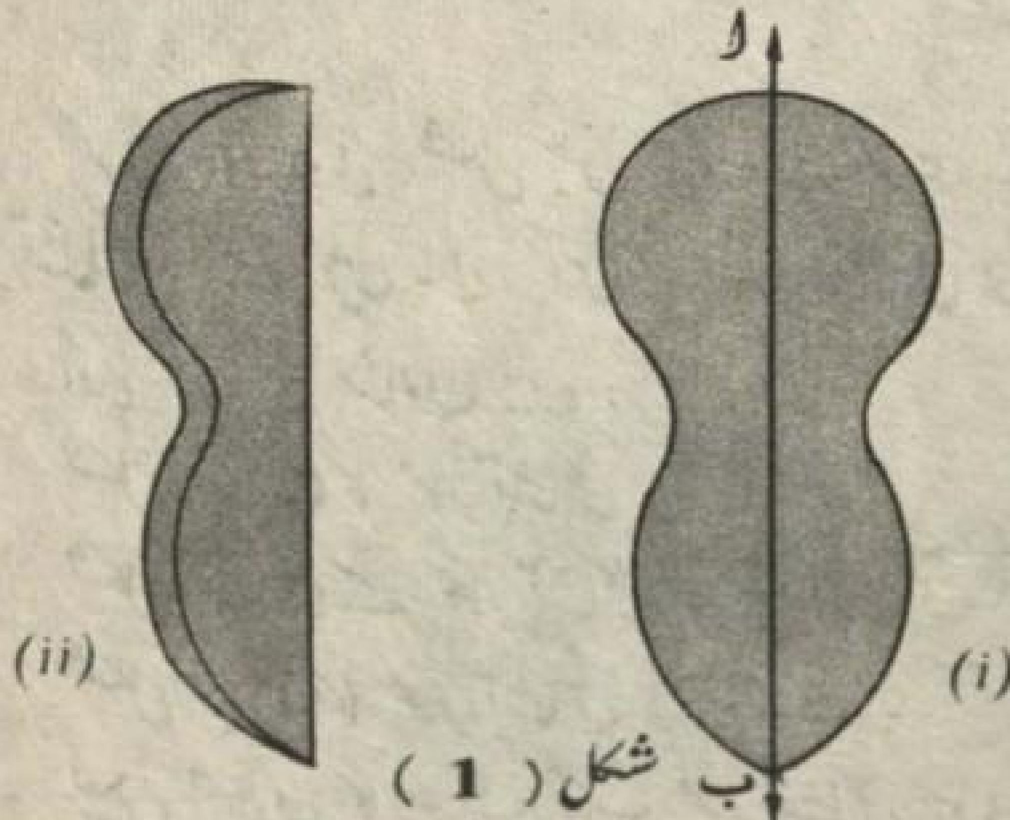
باب 8

عملی جیومیٹری

تشاکل

تشاکل کئی طرح کا ہوتا ہے لیکن ہم صرف دو طرح کے تشاکل کا ذکر کریں گے۔

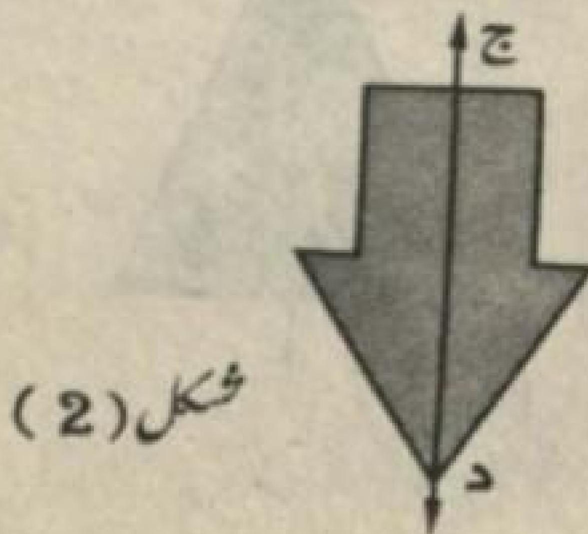
تشاکل بلحاظ خط



شکل (1)

دی ہوئی شکل پر غور کریں۔ اگر اس شکل کو ا ب پر شکن ڈال کر دوہرا کیا جائے تو ہمیں ایسے دو حصے حاصل ہوتے ہیں کہ اگر انھیں ایک دوسرے پر رکھا جائے تو ایک حصہ دوسرے حصے کو پورا پورا ڈھانپ لیتا ہے۔ (دیکھیے شکل نمبر (ii))

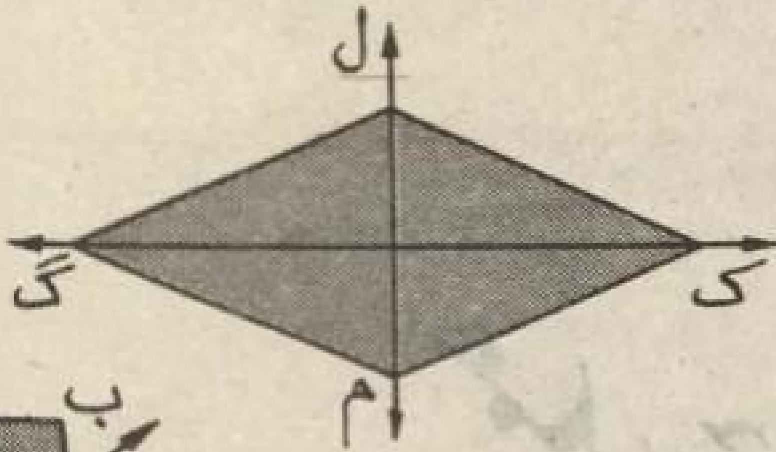
جب کوئی شکل کسی خط کے لحاظ سے اس طرح تہہ کی جا سکے کہ ایک حصہ دوسرے حصے کو پورا پورا ڈھانپ لے تو ہم کہتے ہیں کہ وہ شکل اس خط کے لحاظ سے متشاکل ہے۔ یا یہ کہ اس خط کے لحاظ سے خاصیت تشاکل رکھتی ہے۔ اوپر کی مثال میں دی گئی شکل خط ا ب کے لحاظ سے متشاکل ہے۔



شکل (2)

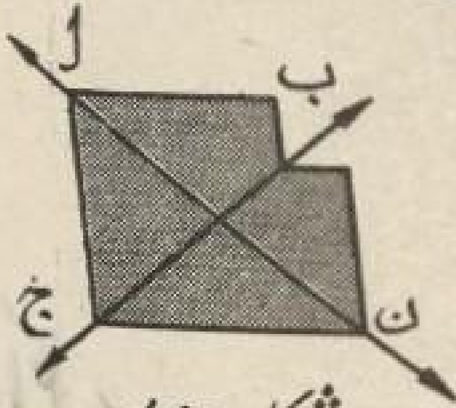
شکل نمبر 2 کو دیکھیں۔ $\overleftrightarrow{\text{ج د}}$ نے اُس کو دو ایسے حصوں میں تقسیم کر دیا ہے، کہ ایک حصہ دوسرے حصے کو پورا پورا ڈھانپ لیتا ہے۔ پس یہ شکل $\overleftrightarrow{\text{ج د}}$ کے لحاظ سے متشاکل ہے۔

شکل نمبر(3) $\overleftrightarrow{\text{ل م}}$ اور $\overleftrightarrow{\text{ک گ}}$ کے لحاظ سے متشاکل ہے۔



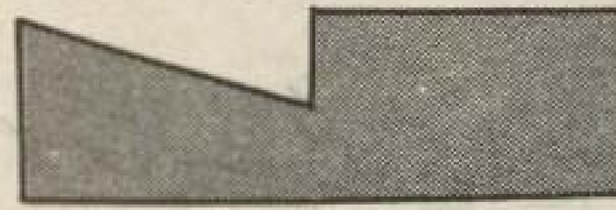
شکل (3)

شکل نمبر(4) $\overleftrightarrow{\text{ب ج}}$ کے لحاظ سے متشاکل ہے۔ لیکن $\overleftrightarrow{\text{ن ل}}$ کے لحاظ سے نہیں۔



شکل (4)

شکل نمبر(5) کسی بھی خط کے لحاظ سے متشاکل نہیں۔


شکل (5)

کوئی دی ہوئی شکل جس خط کے لحاظ سے متشاکل ہوتی ہے۔ اس خط کو اس شکل کا **محورِ تشاکل** کہتے ہیں۔ اور اس قسم کے تشاکل کو **محوری تشاکل** کہتے ہیں۔

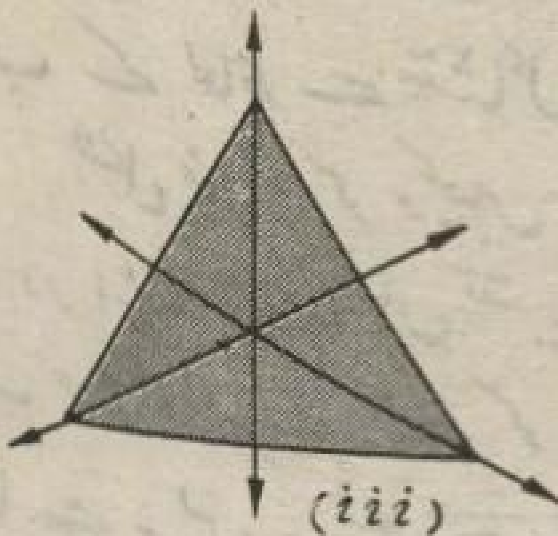
اُوپر دی گئی مثالوں میں :

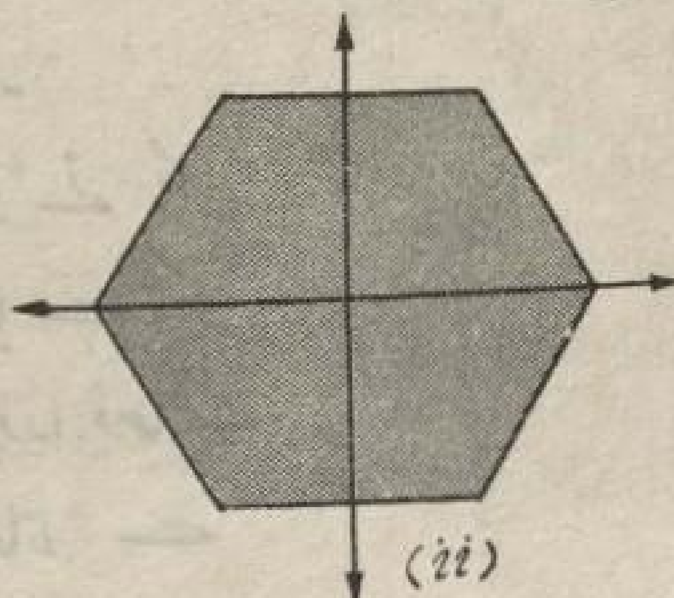
شکل نمبر(2) کا محورِ تشاکل $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ ہے۔

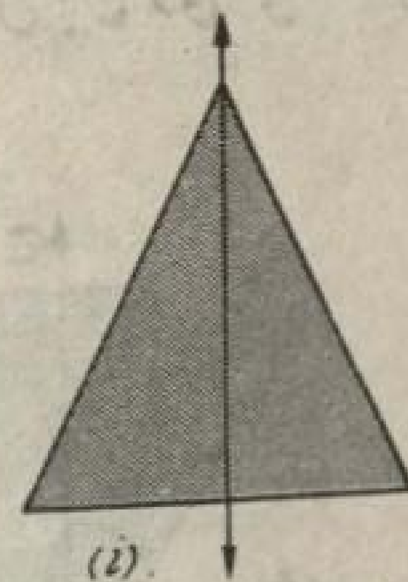
شکل نمبر(3) کے محورِ تشاکل $\overleftrightarrow{\text{ل م}}$ اور $\overleftrightarrow{\text{ک گ}}$ ہیں۔

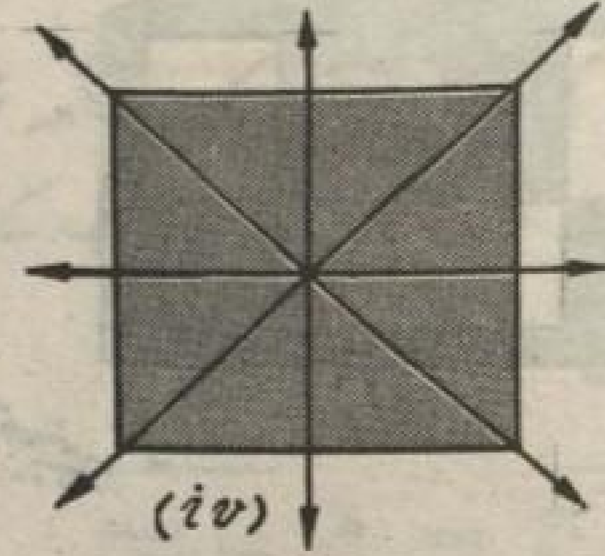
شکل نمبر(4) کا محورِ تشاکل $\overleftrightarrow{\text{ب ج}}$ ہے۔

بعض شکلوں کا صرف ایک محورِ تشاکل ہوتا ہے۔ بعض کے دو۔ بعض کے تین یا چار اور بعض کے غیر محدُود مثلاً نیچے دی گئی شکلوں کو بغور دیکھنے سے معلُوم ہوتا ہے کہ شکل (i) کا ایک، شکل (ii) کے دو، شکل (iii) کے تین، شکل (iv) کے چار اور شکل (v) کے غیر محدود محاورِ تشاکل ہیں۔

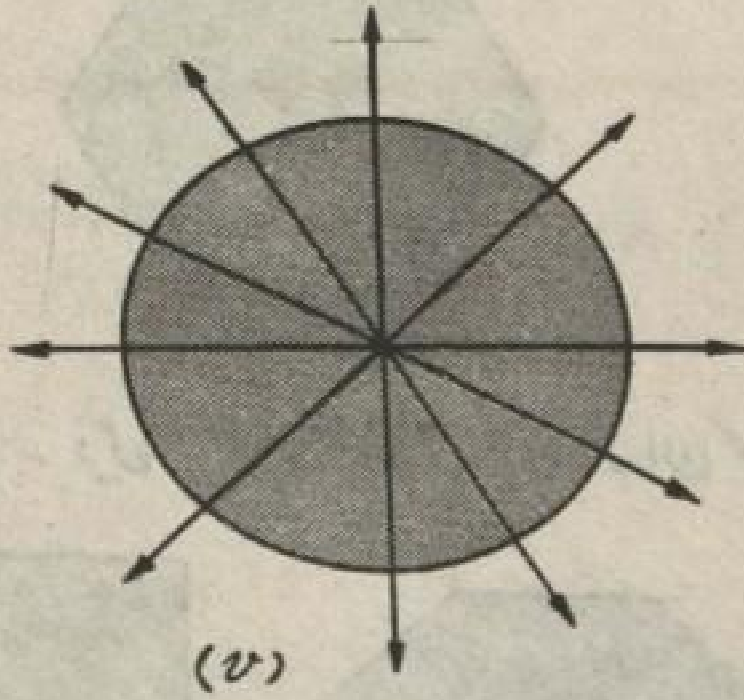

(iii)


(ii)


(i)



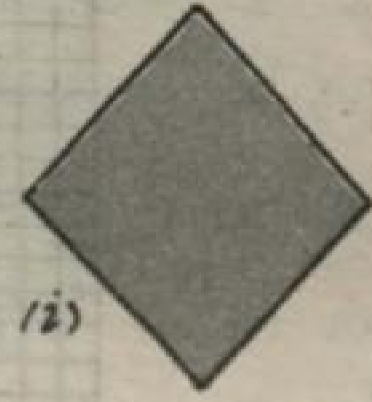
(iv)



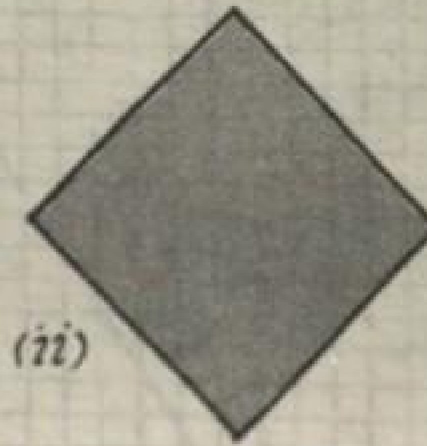
(v)

مشق 8.1

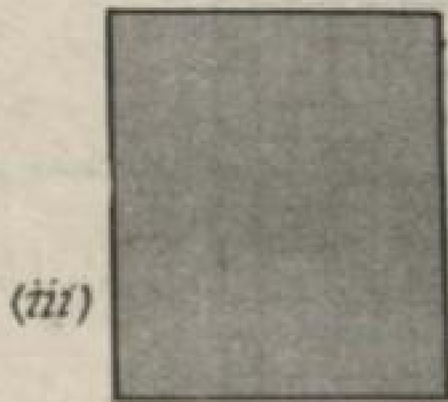
1 – دی ہوئی شکلوں میں سے ہر ایک کا محورِ تشاکل معلوم کریں ۔



(i)



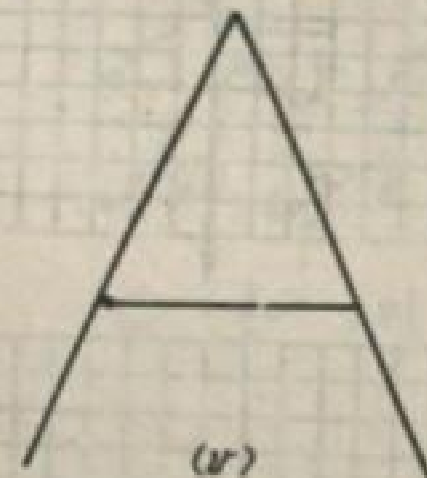
(ii)



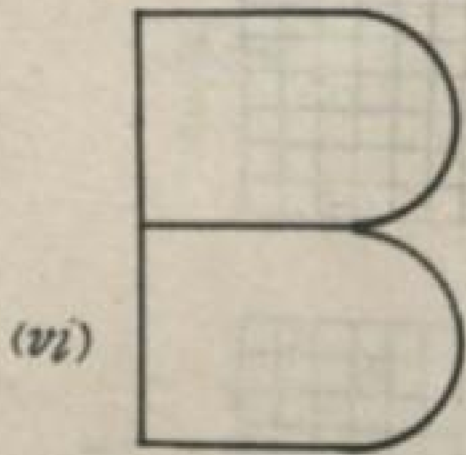
(iii)



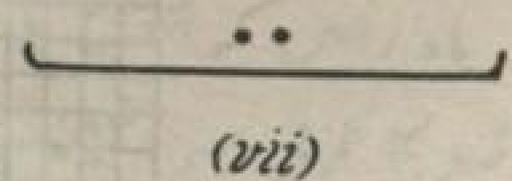
(iv)



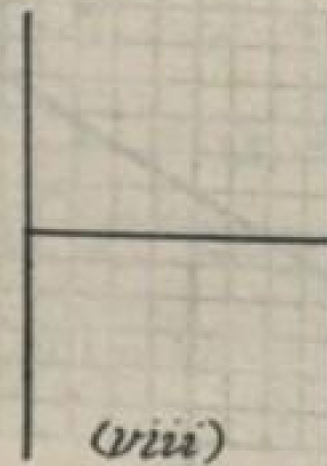
(v)



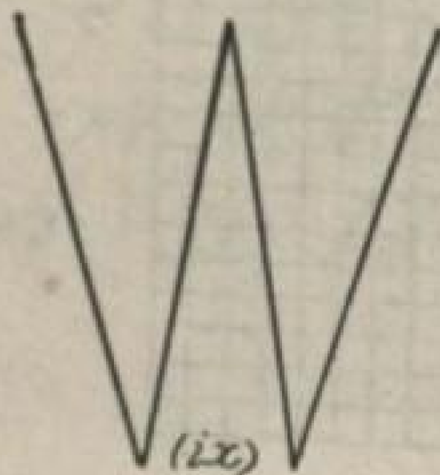
(vi)



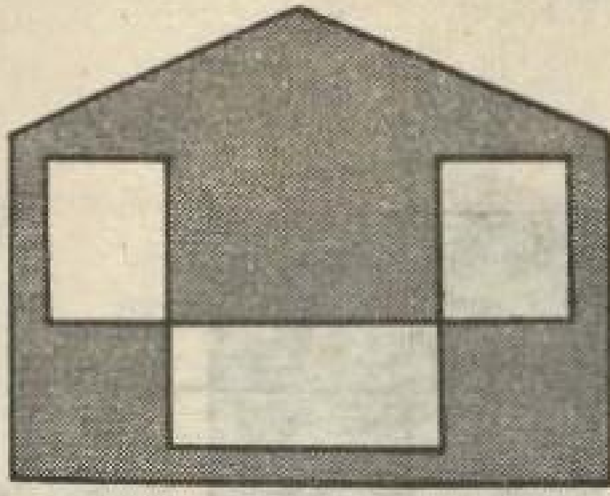
(vii)

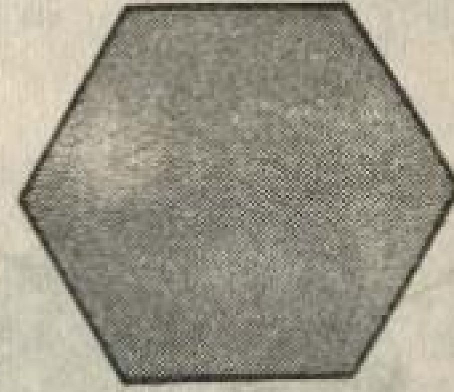


(viii)

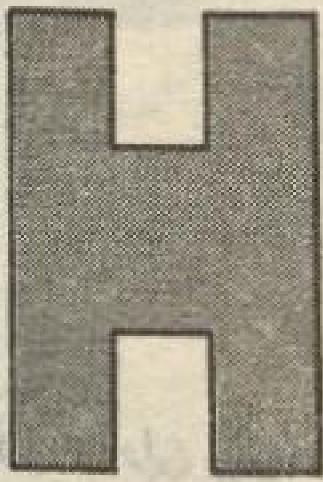


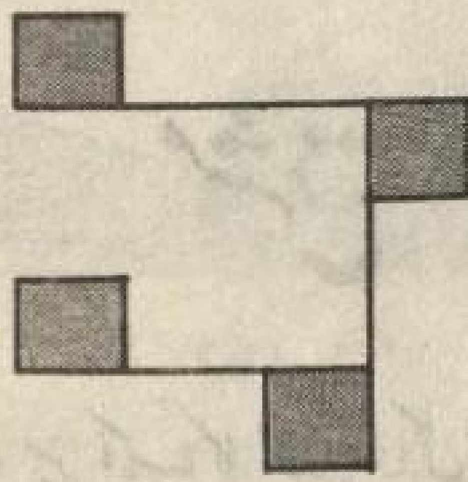
(ix)

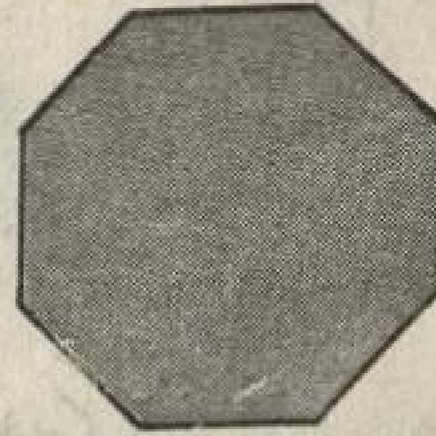


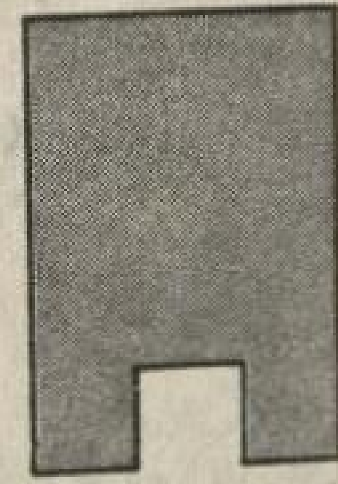


2 – اگر مندرجہ ذیل شکلیں متشاکل ہیں تو ان کا محورِ تشاکل کھینچیے ۔

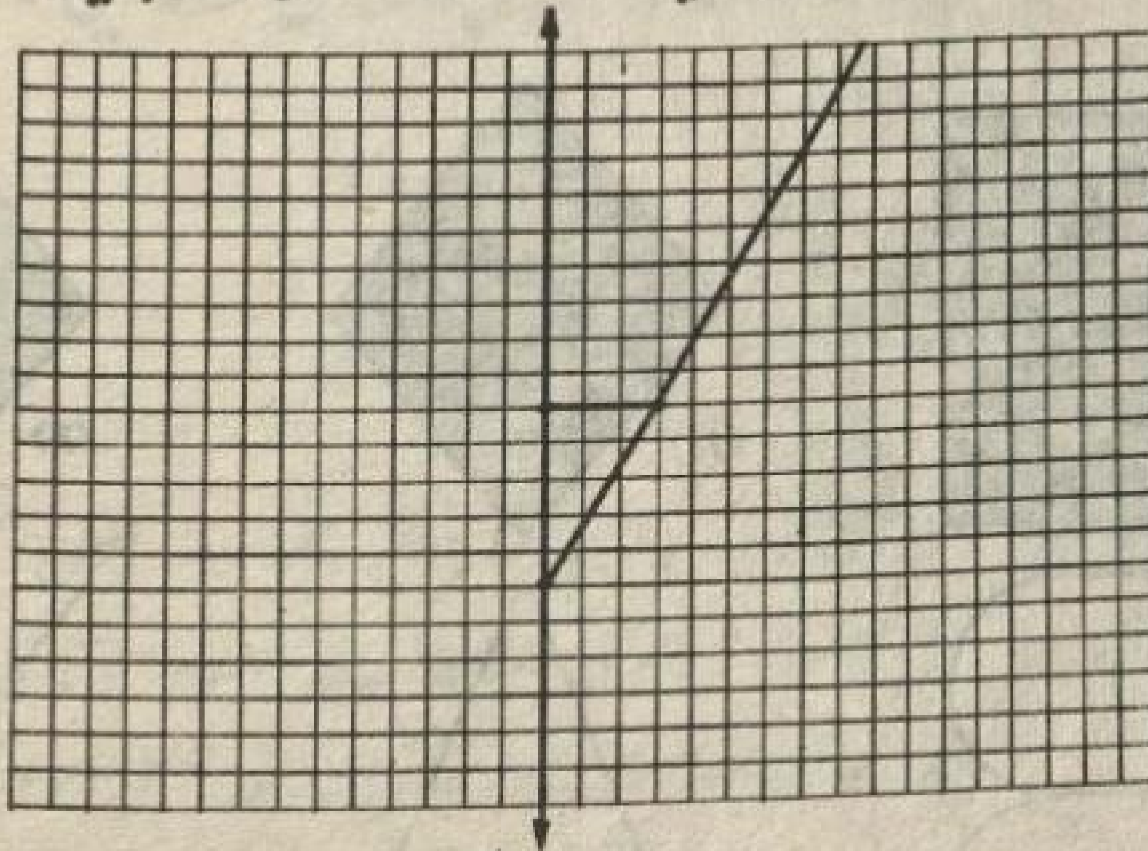


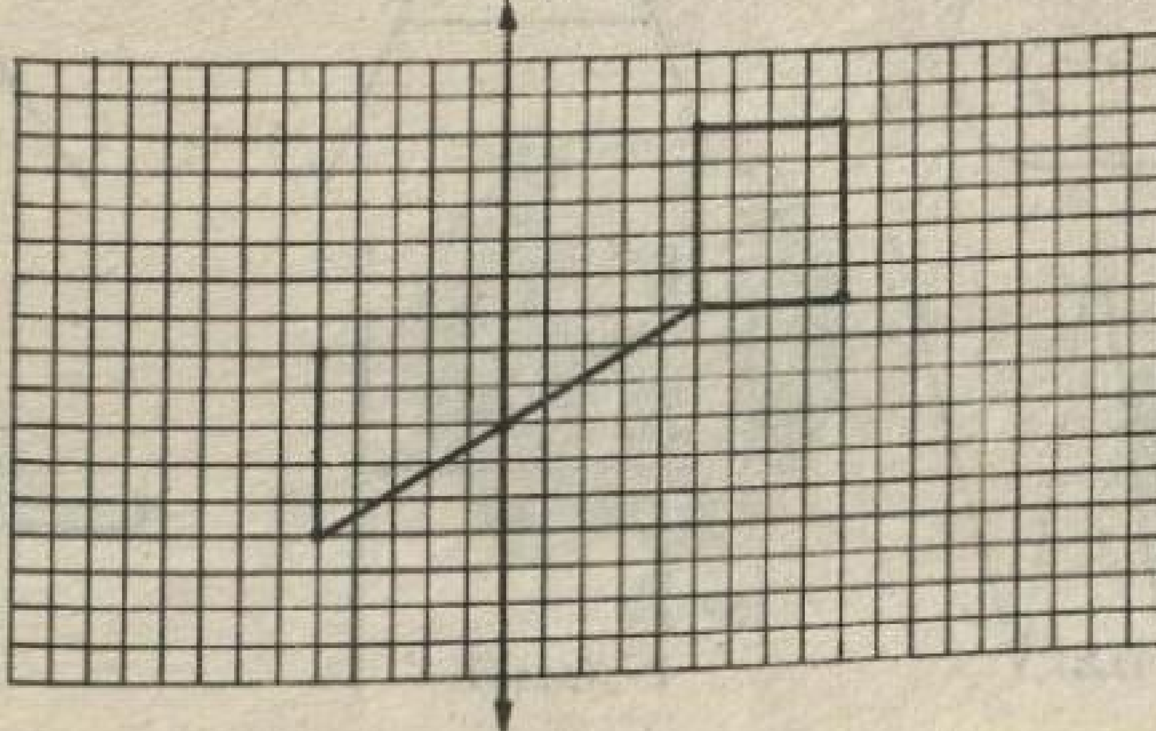






3 – نیچے دی گئی تصاویر کو اس طرح مکمل کریں کہ متشاکل اشکال بن جائیں ۔





وسطی نقطہ :



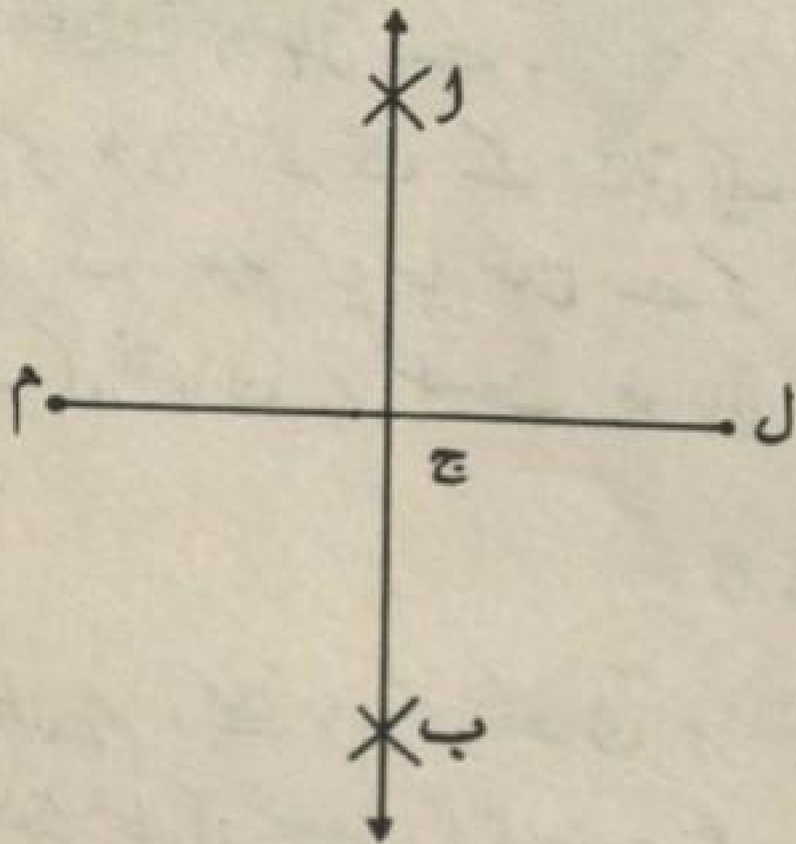
سامنے کی شکل میں ایک قطعہ خط ا ب دکھایا گیا ہے ۔ نقطہ ج نقاط ا ، ب کے درمیان اس طرح واقع ہے کہ

$$\text{م } \overline{\text{اج}} = \text{م } \overline{\text{ج ب}}$$

ایسی صورت میں نقطہ ج قطعۂ خط ا ب کا **وسطی نقطہ** کہلاتا ہے ۔ ہم یہ بھی کہتے ہیں کہ نقطہ ج قطعۂ خط $\overline{\text{اب}}$ کا ناصف ہے ۔

قطعۂ خط پر **وسطی نقطہ** معلوم کرنے کے عمل کو اس قطعۂ خط کی تنصیف کرنا کہتے ہیں ۔

قطعۂ خط کی تنصیف :



دیے گئے قطعۂ خط $\overline{\text{لم}}$ کی تنصیف کریں ۔

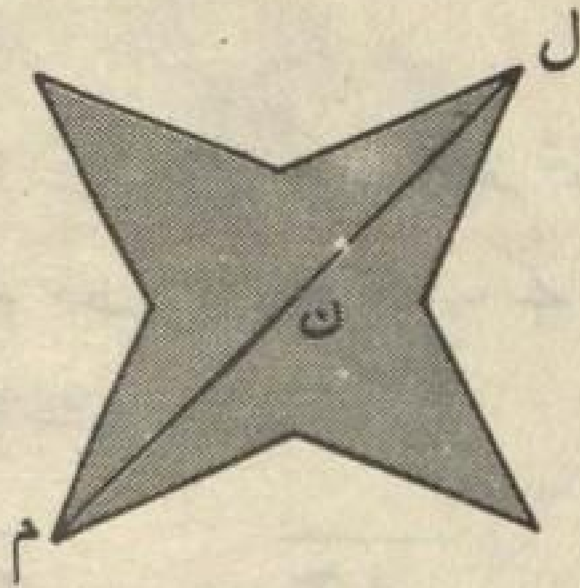
(i) نقطہ ل کو مرکز مان کر ایسے رداس سے جو کہ $\overline{\text{لم}}$ کی مقدار کے نصف سے زیادہ ہو ۔ $\overline{\text{لم}}$ کے دونوں طرف قوسیں لگائیں ۔

(ii) نقطہ م کو مرکز مان کر $\overline{\text{لم}}$ کے دونوں طرف اسی رداس کی قوسیں لگائیں جو پہلی قوسوں کو نقاط ا اور ب پر قطع کریں ۔

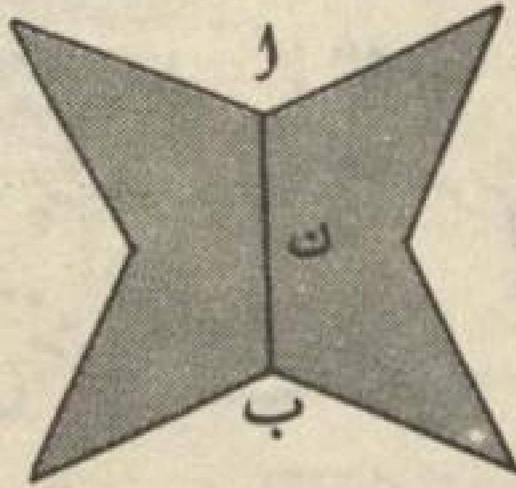
(iii) نقطہ ا اور ب میں سے گزرتا ہُوا خط ا ب کھینچیں ۔ $\overleftrightarrow{\text{اب}}$ قطعۂ خط $\overline{\text{لم}}$ کو نقطہ ج پر قطع کرتا ہے ۔ نقطہ ج ، $\overline{\text{لم}}$ کا مطلوبہ وسطی نقطہ ہے ۔

یاد رکھیں کہ شعاع یا خط کی تنصیف نہیں کی جا سکتی کیونکہ شعاع کا دُوسرا سرا ہی نہیں ہوتا جبکہ خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا ۔

تشاکل بلحاظ نقطہ

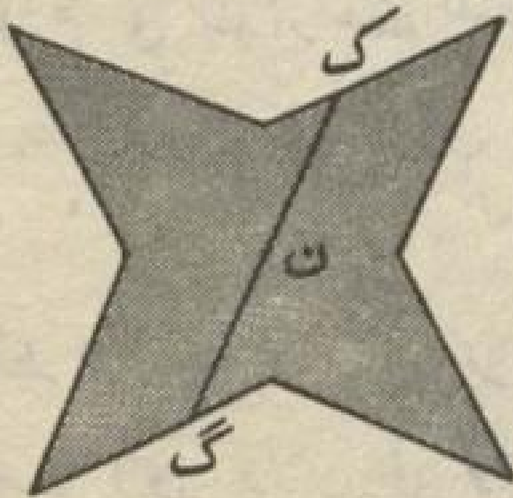


سامنے کی شکل میں ن ایک ایسا نقطہ ہے کہ ل شکل کا کوئی نقطہ ہو تو شکل میں ایک ایسا نقطہ م معلوم کیا جا سکتا ہے کہ لم کی نقطہ ن پر تنصیف ہو جائے یا نقطہ ن ، لم کا وسطی نقطہ ہو۔



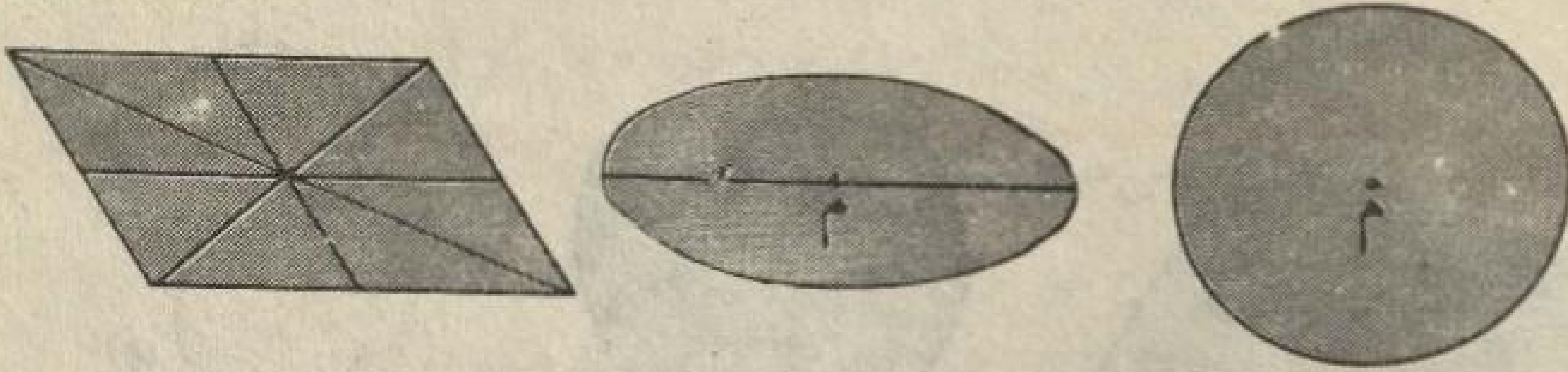
اِسی طرح اگر ا دی ہوئی شکل کا کوئی نقطہ ہے تو ایک ایسا نقطہ ب معلوم کیا جا سکتا ہے کہ اب کی نقطہ ن پر تنصیف ہو جاتی ہے۔

اِسی طرح نقطہ ک کے مطابق ایک اور نقطہ گ معلوم کیا جا سکتا ہے کہ ک گ کی نقطہ ن پر تنصیف ہو جاتی ہے۔

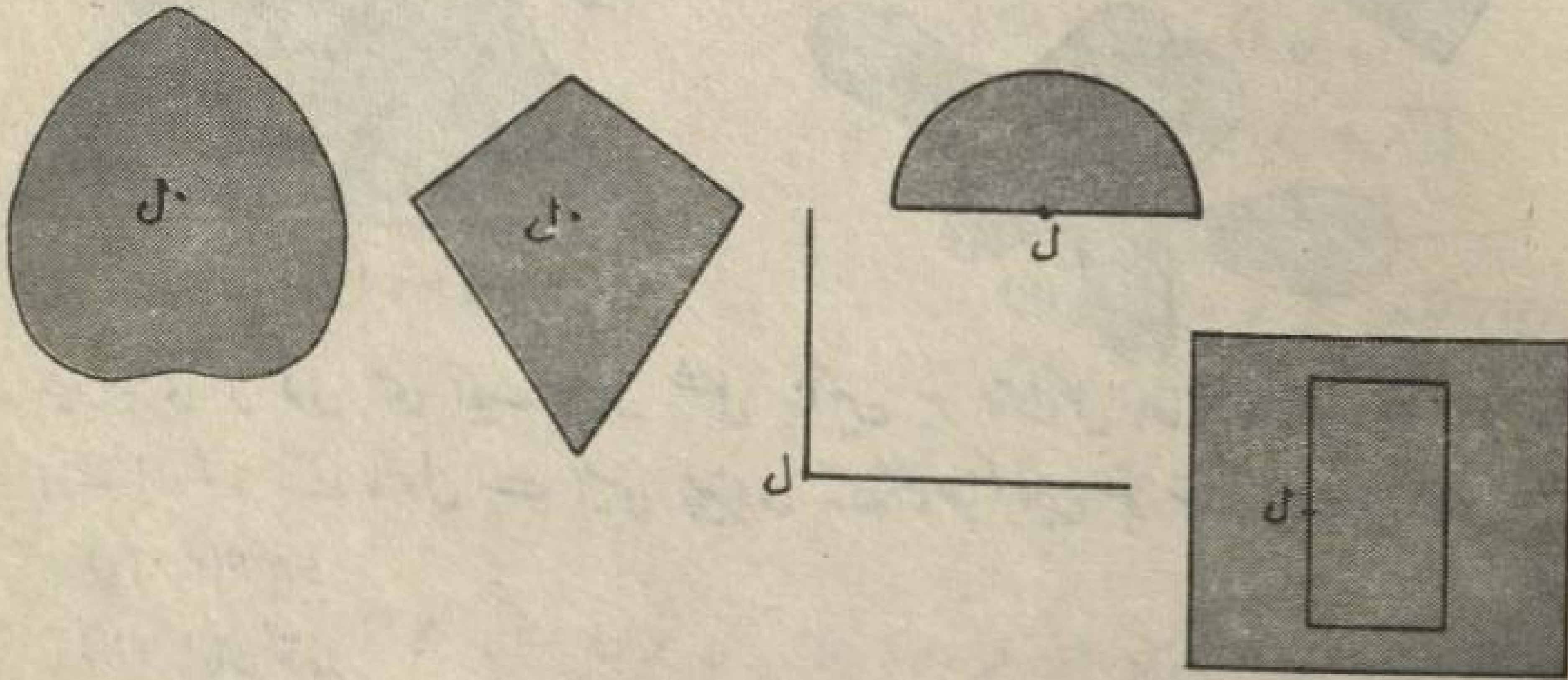


پس ہم دیکھتے ہیں کہ نقطہ ن ہر ایک قطعۂ خط کی تنصیف کرتا ہے۔ جو نقطہ ن میں سے گزرے اور جس کے سرے شکل پر واقع ہوں۔ ایسی صُورت میں ہم کہتے ہیں کہ دی ہوئی شکل نقطہ کے لحاظ سے متشاکل ہے۔ نقطہ ن کو دی ہوئی شکل کا مرکزِ تشاکل کہیں گے۔

مندرجہ ذیل اشکال نقطہ م کے لحاظ سے متشاکل ہیں۔

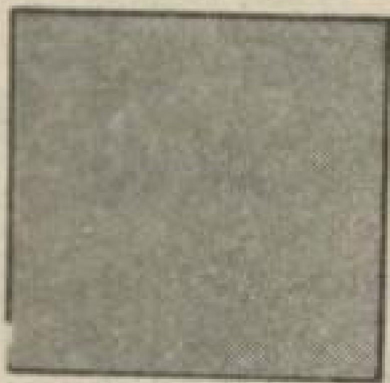


ذیل کی شکلیں نقطہ ل کے لحاظ سے متشاکل نہیں ہیں۔



مشق 8.2

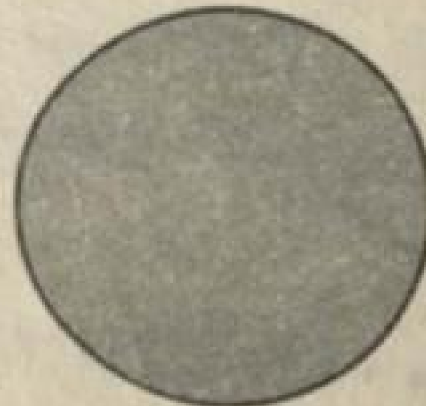
1۔ نیچے دی گئی اشکال میں سے ہر شکل کا مرکز تشاکل معلوم کریں۔



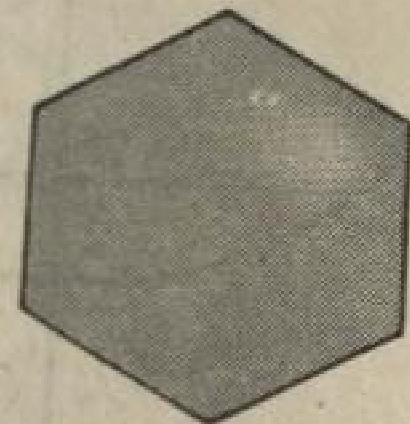
(iv)



(iii)

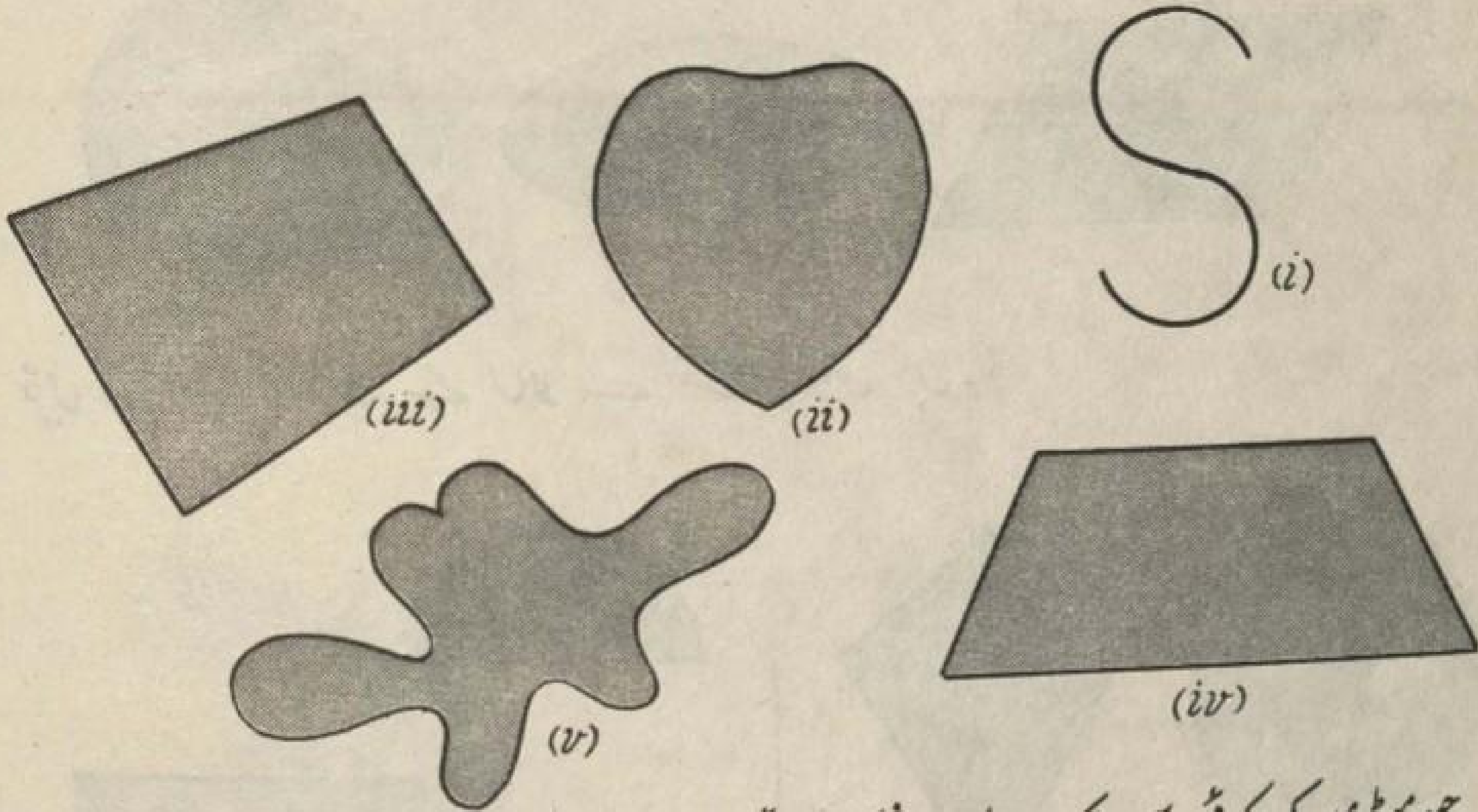


(ii)



(i)

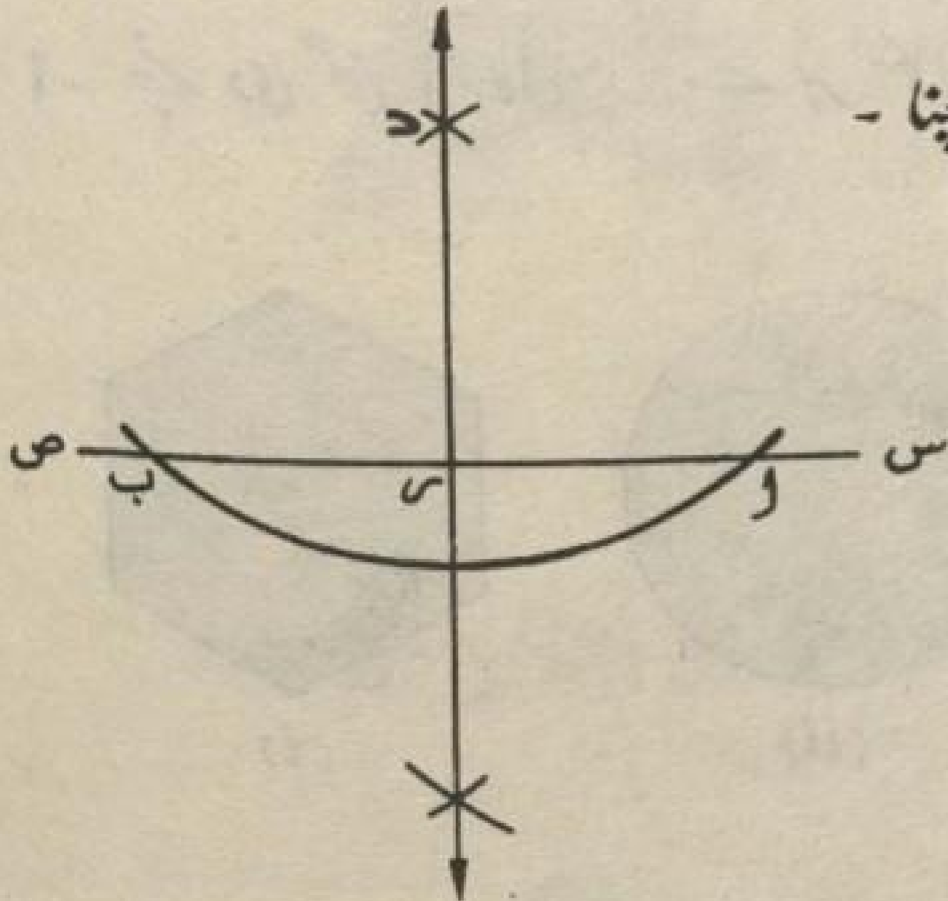
2– کیا نیچے دی گئی اشکال کے مرکز تشاکل ہیں۔ اگر نہیں تو کیوں ؟



3 – جیومیٹری کی کوئی سی ایک ایسی شکل بنائیں جو متشاکل بلحاظ خط اور بلحاظ نقطہ ہو۔
4 – اپنے اِرد گِرد کے ماحول سے ایسی چیزوں کے نام لکھیں جو متشاکل ہوں۔

(i) بلحاظ خط
(ii) بلحاظ نقطہ

قطعۂ خط پر عمُود کھینچنا



1– دیے ہوئے قطعۂ خط پر واقع نقطہ پر عمُود کھینچنا۔
س ص ایک دیا ہُوا قطعۂ خط ہے اور ایک نقطہ ر ، $\overline{\text{س ص}}$ پر واقع ہے۔

(i) نقطہ ر کو مرکز مان کر ایک مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں۔ جو دیے ہوئے قطعۂ خط س ص کو نقاط ا اور ب پر قطع کرتی ہیں۔

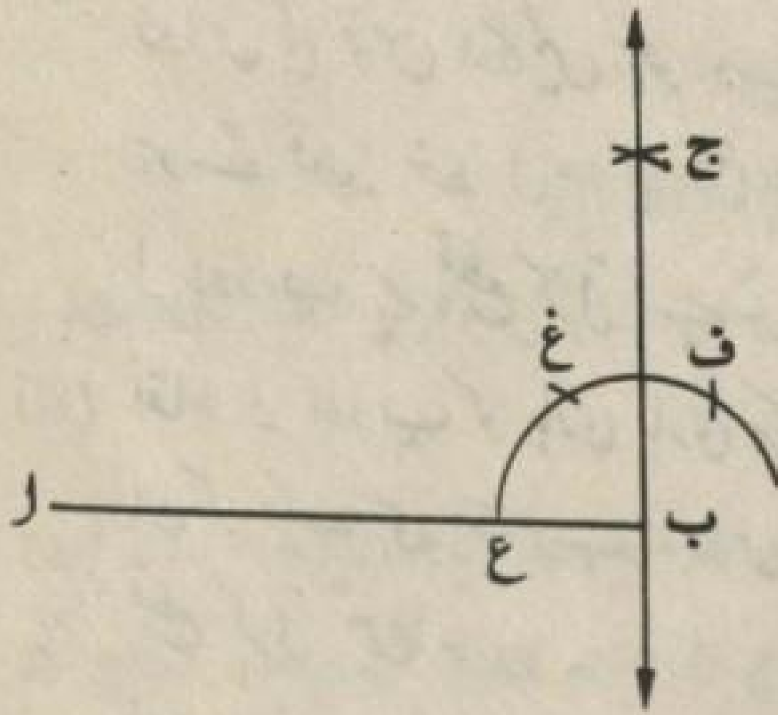
(ii) نقاط ا اور ب کو باری باری مرکز مان کر مناسب رداس کی س ص کے ایک ہی طرف دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ د پر قطع کرتی ہیں۔

(iii) نقاط ر اور د میں سے گزرتا ہوا خط رد کھینچا۔

$\overleftrightarrow{\text{در}}$ قطعۂ خط س ص پر مطلوبہ عمود ہے۔

نوٹ : شعاع رد اور قطعۂ خط د ر بھی مطلوبہ عمود ہو سکتے ہیں۔

2 – اب ایک دیا ہوا قطعۂ خط ہے۔ اس کے سرے ب پر عمود کھینچنا ہے۔



(i) نقطہ ب کو مرکز مان کر مناسب رداس کی ایک قوس لگائی۔ جو $\overline{\text{اب}}$ کو نقطہ ع پر قطع کرتی ہے۔

(ii) نقطہ ع کو مرکز مان کر اسی رداس کی قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ غ پر قطع کرتی ہے۔

(iii) نقطہ غ کو مرکز مان کر اسی رداس کی قوس لگائی جو پہلی قوس کو نقطہ ف پر قطع کرتی ہے۔

(iv) نقطہ غ اور ف کو باری باری مرکز مان کر کسی ایک ہی مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ ج پر قطع کرتی ہیں۔

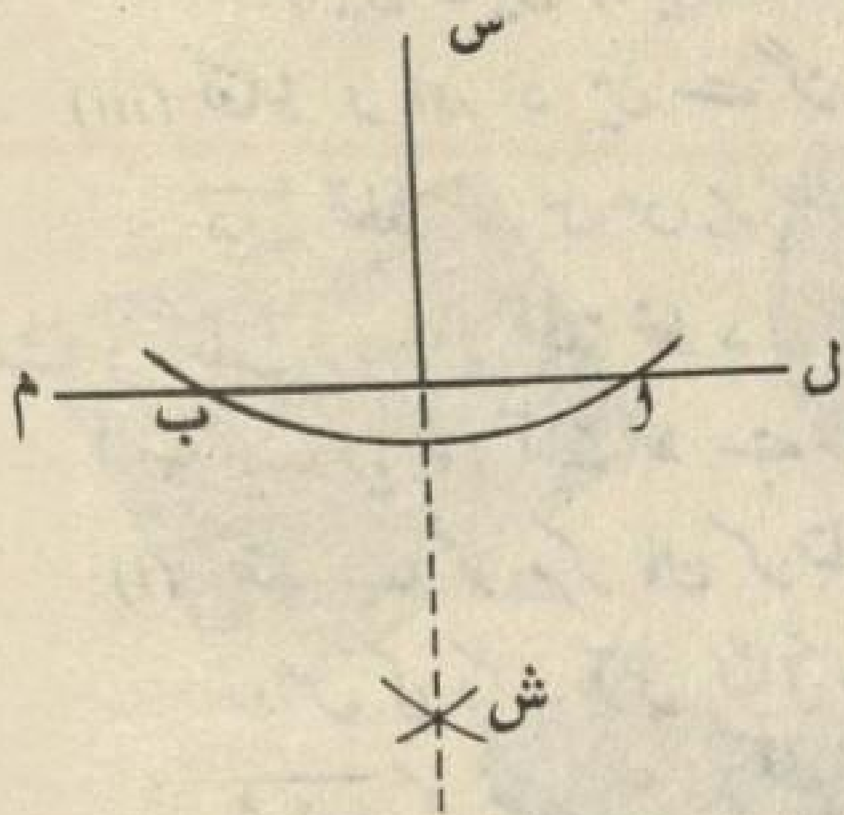
(v) نقاط ب اور ج میں سے گزرتا ہوا خط ج ب کھینچا۔

$\overleftrightarrow{\text{ج ب}}$ مطلوبہ عمود ہے $\overline{\text{اب}}$ پر۔

کیا $\overleftrightarrow{\text{ج ب}}$ اور $\overleftrightarrow{\text{ب ج}}$ میں سے ہر ایک $\overline{\text{اب}}$ پر عمود ہے؟ .... ہاں۔

اسی عمل کے ذریعے ہم کسی شعاع کے سرے پر بھی عمود کھینچ سکتے ہیں۔

بیرونی نقطہ سے عمود گرانا:



ل م ایک دیا ہوا قطعۂ خط ہے۔ اس پر نقطہ س سے جو اس پر واقع نہیں ہے عمود کھینچنا ہے۔

(i) نقطہ س کو مرکز مان کر مناسب رداس کی قوس لگائیں جو دیے ہوئے قطعۂ خط ل م کو نقاط ا اور ب پر قطع کرتی ہے۔

(ii) نقاط ا اور ب کو باری باری مرکز مان کر ایک ہی مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دُوسرے کو نقطہ ش پر قطع کرتی ہیں۔

(iii) نقاط س اور ش میں سے گزرتا ہُوا خط س ش کھینچا۔ س ش قطعۂ خط ل م کا مطلوبہ عمُود ہے۔

مشق 8.3

1 – ایک قطعۂ خط ا ب کھینچیں۔ اس پر نقطہ م لیں۔ نقطہ م پر ا ب پر عمُود کھینچیں۔

2 – ج د لیں جس کی لمبائی 4 سم ہو اور اس کا عمودی ناصف کھینچیں۔

3 – مثلث ل م ن کے راسوں ل ، م اور ن سے اُن کے متقابلہ ضلعوں م ن ، ن ل اور ل م پر عمُود کھینچیں۔ کیا تینوں عمود ایک ہی نقطہ پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں؟

4 – مندرجہ ذیل لمبائیوں کے قطعاتِ خط لیں۔ ان قطعاتِ خط کے سروں پر عمُود کھینچیں۔

(i) 5 سم (ii) 7 سم (iii) 6 سم

5 – قطعۂ خط ل م پر نقطہ ن سے جو کہ ل م پر واقع نہ ہو عمُود کھینچیں۔

6 – ایک قطعہ خط ب ج 5 سم لمبا کھینچیں۔ اس کے باہر ایک نقطہ د لے کر ب ج پر عمُود کھینچیں۔

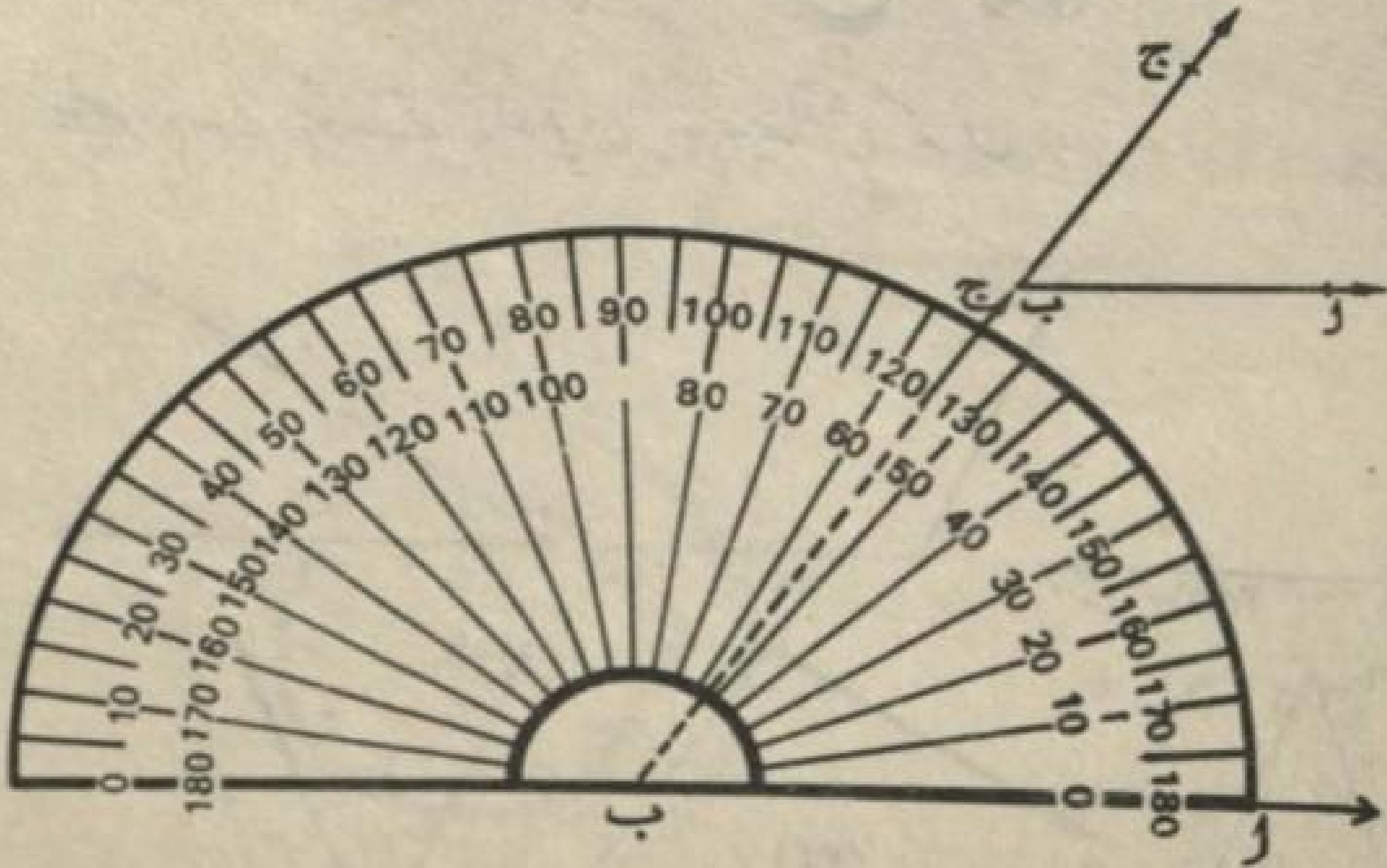
7 - اَب کھینچیں جس کی لمبائی 6 سم ہو اس پر نقطہ ج سے جو اس پر واقع نہیں ہے عمُود کھینچیں ۔

8 - قطعۂ خط س ص کی لمبائی 8 سم ہے نقطہ ک سے اِس پر عمُود گرائیں جو اس قطعۂ خط پر واقع نہیں ہے ۔

زاویہ کی پیمائش

زاویہ کی پیمائش پروٹریکٹر کی مدد سے کی جاتی ہے ۔
اکائی زاویہ کی مقدار کو 1° (ایک ڈگری یا ایک درجہ) کہتے ہیں ۔
اگر کوئی زاویہ ا ب ج = 60° ہو تو ہم کہتے ہیں کہ زاویہ کی ڈگری مقدار 60 ہے ۔ یا درجہ مقدار 60 ہے ۔

پروٹریکٹر جس سے زاویہ کی پیمائش کی جاتی ہے کے دو کنارے ہیں ۔ ایک سیدھا اور ایک ٹیڑھا (نصف ڈائروی قوس کی شکل کا) ۔ ٹیڑھے کنارے پر 0 سے 180 تک کے نشان لگے ہوتے ہیں ۔ یہ درجوں کے نشان ہیں ۔ پروٹریکٹر کے سیدھے کنارے کے عین درمیان ایک چھوٹا سا نشان لگا ہوتا ہے ۔ اُسے پروپریکٹر کا مرکز کہتے ہیں ۔



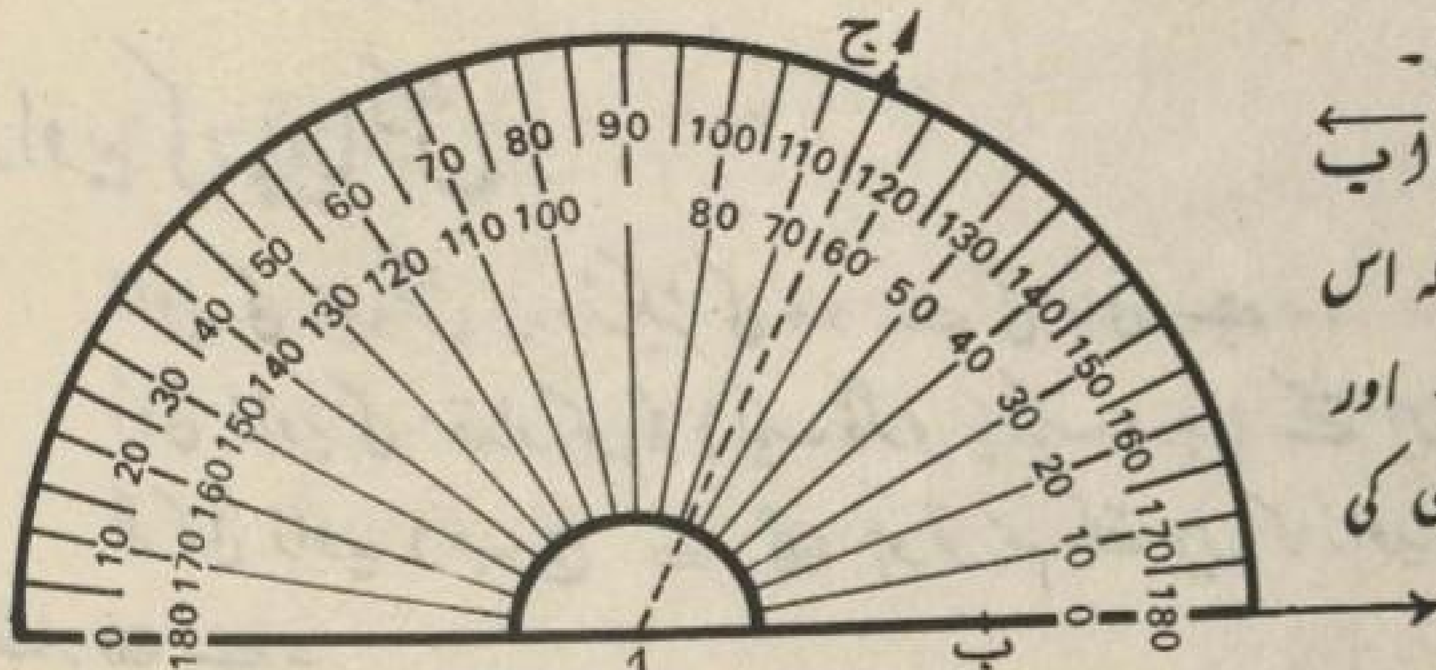
کسی زاویہ ا ب ج کی پیمائش کرنے کے لیے پروٹریکٹر کے سیدھے کنارے کو زاویے کے بازو ب اَ کے ساتھ اس طرح رکھا کہ پروٹریکٹر کا مرکز زاویہ کے راس ب پر ہو اور بازو ب اَ 0 کے نشان کی سیدھ میں ۔ دوسرا بازو ب ج پروٹریکٹر کے جس نشان کے پاس سے گزرتا ہے
اُسے پڑھنے سے زاویہ کی مقدار معلوم ہو جاتی ہے ۔

مطلوبہ مقدار کا زاویہ بنانا

ہمیں °65 کا زاویہ بنانا ہے۔

(i) مسطر کی مدد سے ایک شعاع ا ب کھینچی۔

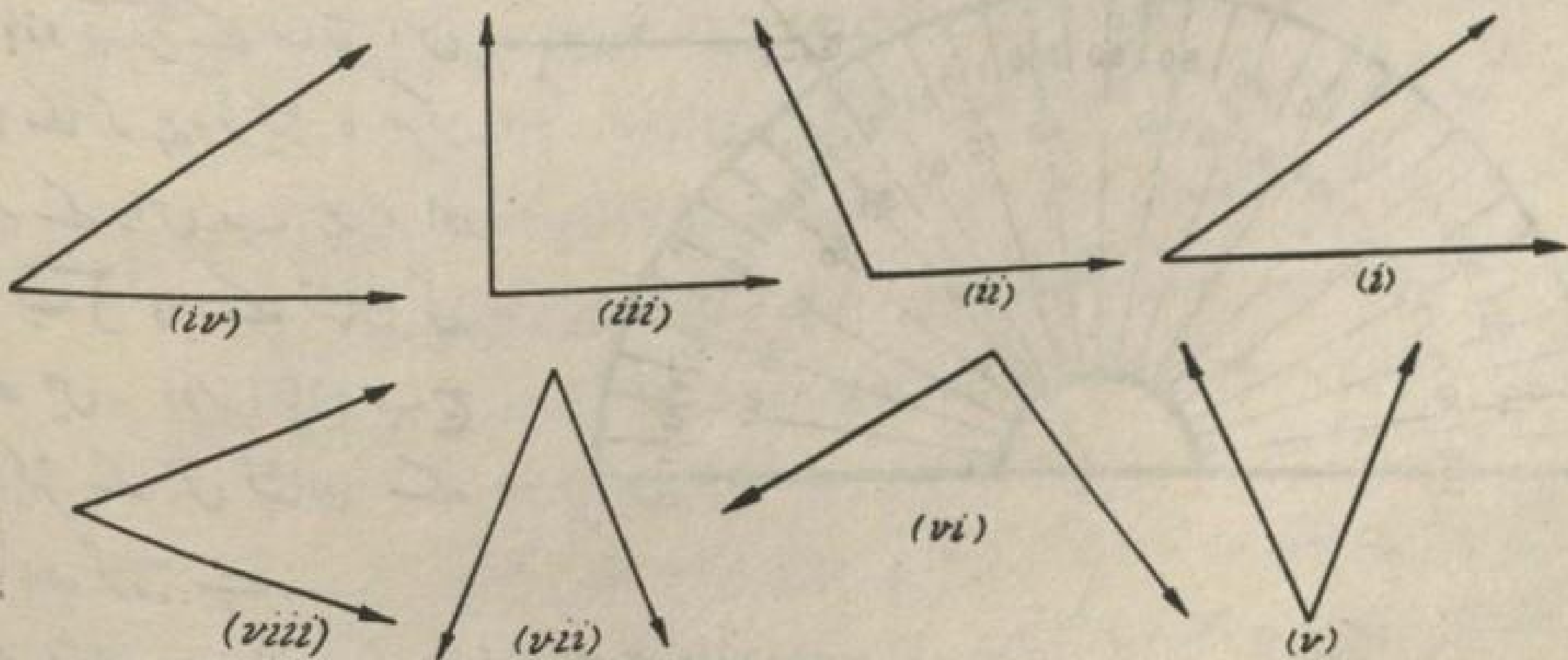
(ii) سیدھے کنارے کو ا ب پر اس طرح رکھا کہ اس کا مرکز ا پر ہو۔ اور ا ب 0 کے نشان کی سیدھ میں۔

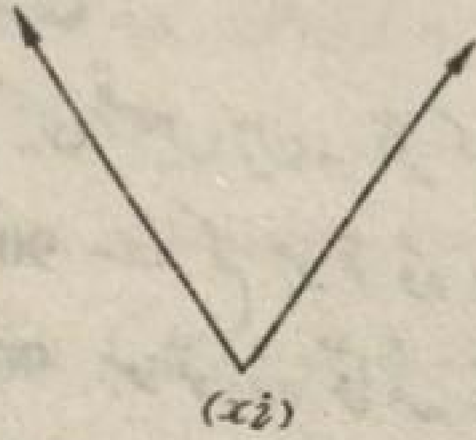


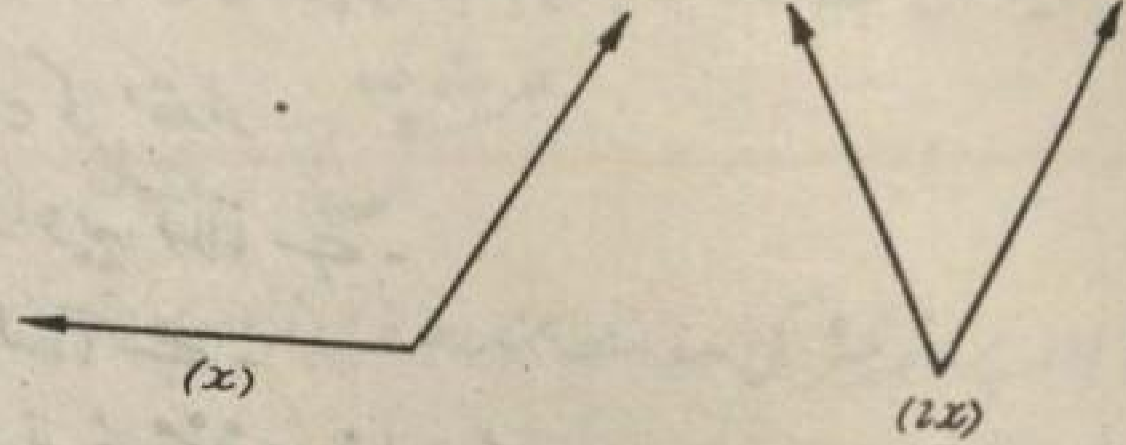
(iii) 65 کے نشان کے سامنے پروٹریکٹر کے کنارے کے پاس ایک نقطہ ج لگایا۔
پروٹریکٹر کو اُٹھا کر ج اور ا میں سے گزرتی ہوئی شعاع ا ج کھینچی۔
پس پس ب اَج 65 درجے کا مطلوبہ زاویہ ہے۔

مشق 8.4

1 - نیچے دیے ہوئے زاویوں کی پیمائش کریں۔



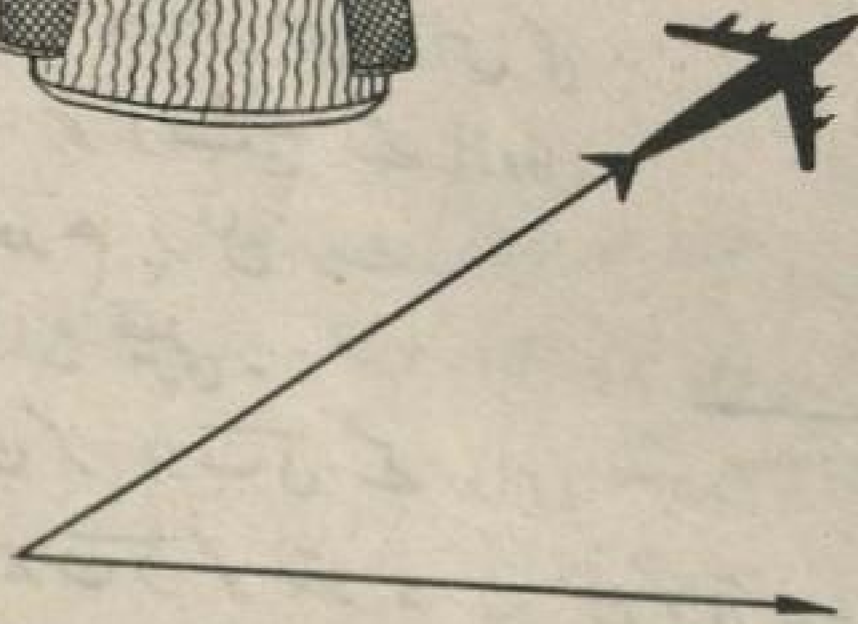




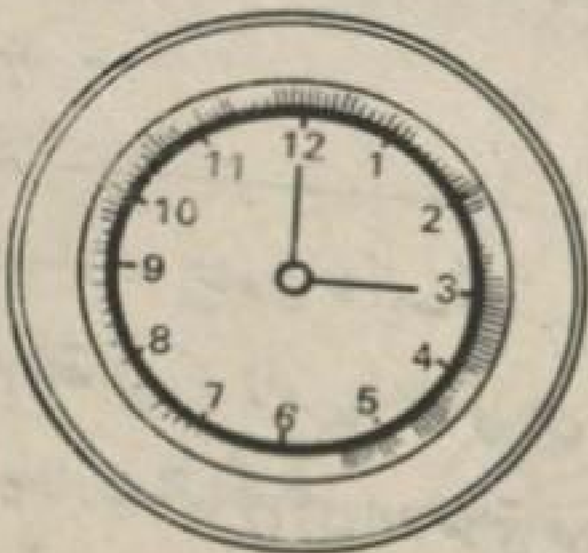
2 - پروٹریکٹر اور مسطر کی مدد سے اپنی کاپی پر °30 ، °73 ، °50 ، °115 ، °75 کے زاویے بنائیں۔

3 - سویٹر کے گلے سے جو زاویہ بن رہا ہے اس کی مقدار معلوم کریں۔





4 - پیمائش کر کے معلوم کریں کہ ہوائی جہاز کون سے زاویہ پر پرواز کر رہا ہے۔



5 - سامنے ایک گھڑی کی شکل ہے۔ جس میں بڑی سُوئی 12 پر ہے اور چھوٹی سُوئی 3 پر ہے۔ اس حالت میں گھڑی کی سُوئیاں جس زاویے کا تعین کرتی ہیں اُس کی مقدار کیا ہے ؟

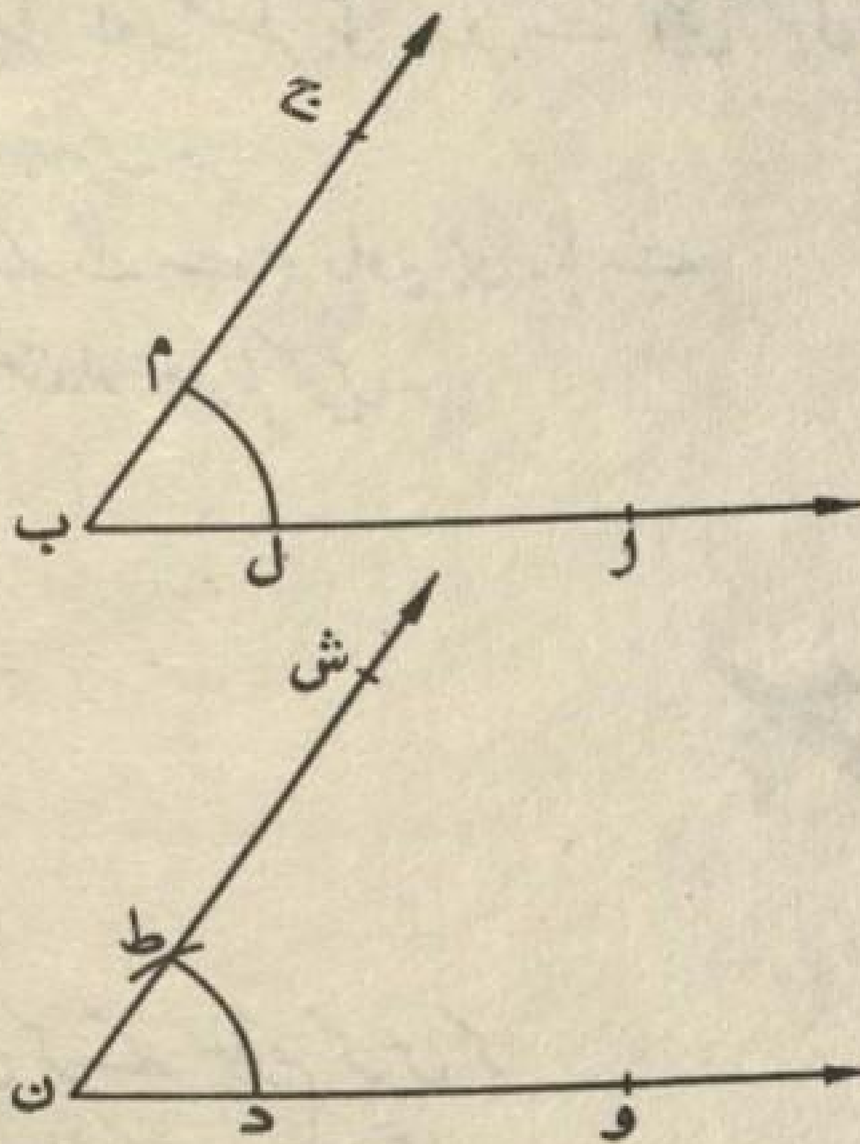
زاویہ کی قسمیں :

زاویہ کی تین قسمیں ہیں۔ اگر کسی زاویہ کی مقدار

(i) °90 سے کم ہو تو وہ حادہ زاویہ کہلاتا ہے۔

(ii) °90 ہو تو وہ قائمہ زاویہ کہلاتا ہے۔

(iii) °90 اور °180 کے درمیان ہو تو وہ منفرجہ زاویہ کہلاتا ہے۔



ا ب̂ ج ایک دیا ہوا زاویہ ہے۔ ہم پرکار اور مسطر کی مدد سے اس کے متماثل زاویہ بنانے کا طریقہ سیکھیں گے۔

دیے ہوئے زاویہ* کے متماثل زاویہ بنانا :

(i) نقطہ ب کو مرکز مان کر کسی رداس کی قوس کھینچیں۔ جو ا ب̂ ج کے بازوؤں کو نقاط ل اور م پر قطع کرے۔

(ii) ن و ایک شعاع کھینچیں۔

(iii) ن کو مرکز مان کر م ب ل کے رداس کی قوس لگائیں جو ن و کو نقطہ د پر قطع کرتی ہے۔

(iv) د کو مرکز مان کر م ل م کے برابر رداس کی قوس لگائیں۔ جو پہلی قوس کو نقطہ ط پر قطع کرتی ہے۔

---

* متماثل سے مراد دو چیزوں کا ایک دوسرے کے مثل ہونا ہے۔ اگر دو زاویوں کی مقداریں باہم برابر ہوں تو ہم کہتے ہیں کہ زاویے متماثل ہیں۔ مثلاً اگر ا ب̂ ج اور ل م̂ ن میں سے ہر ایک کی مقدار 25 ہو تو یہ زاویے متماثل ہیں اور علامتی طور پر ہم انھیں اس طرح لکھ سکتے ہیں کہ م ا ب̂ ج = م ل م̂ ن یہاں م مخفف ہے مقدار کا۔ لیکن ا ب̂ ج = ل م̂ ن نہیں لکھ سکتے۔

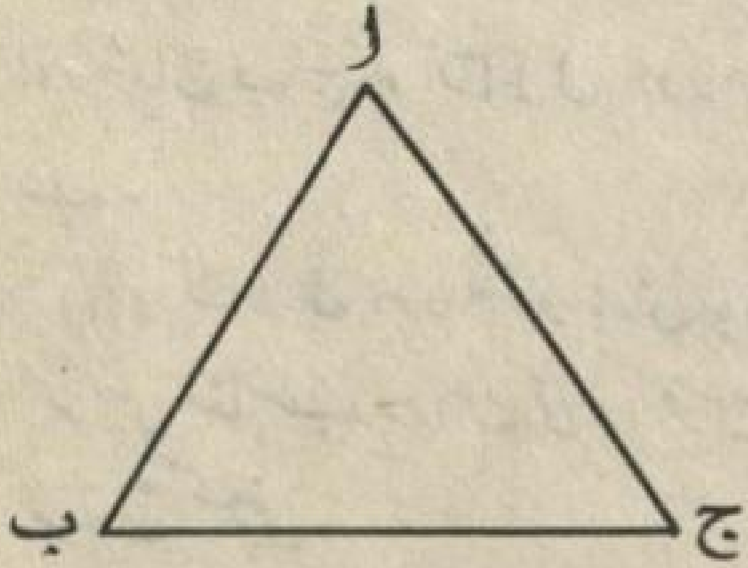
(v) نقاط ن اور ط میں سے گزرتی ہوئی شعاع ن ش کھینچی۔ و ن ش مطلوبہ زاویہ ہے۔
پیمائش کے ذریعے اِس بات کی پڑتال کی جا سکتی ہے کہ م و ن ش = م ا ب ج

مشق 8.5

مسطر اور پروٹریکٹر کی مدد سے مندرجہ ذیل زاویے بنائیے اور پھر مسطر اور پرکار کی مدد سے ان کے متماثل زاویے بنائیے۔

1- 47° 2- 95° 3- 118° 4- 139° 5- 60°
6- 125° 7- 75° 8- 79°

9- مثلث ا ب ج کے زاویوں کی پروٹریکٹر کی مدد سے پہلے پیمائش کریں اور بعد میں ہر زاویہ کے متماثل زاویہ بنائیں۔



زاویہ کی تنصیف

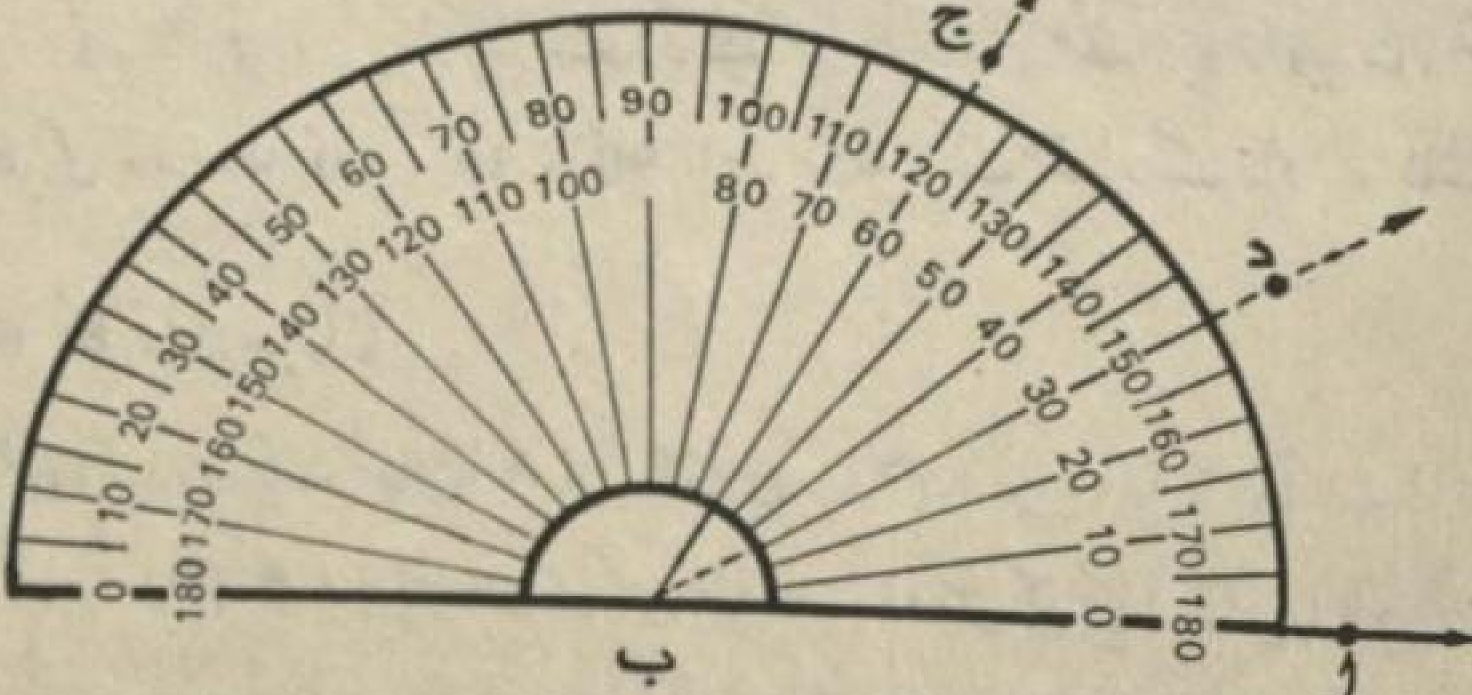
زاویہ کی تنصیف کرنے کے دو طریقے ہیں :

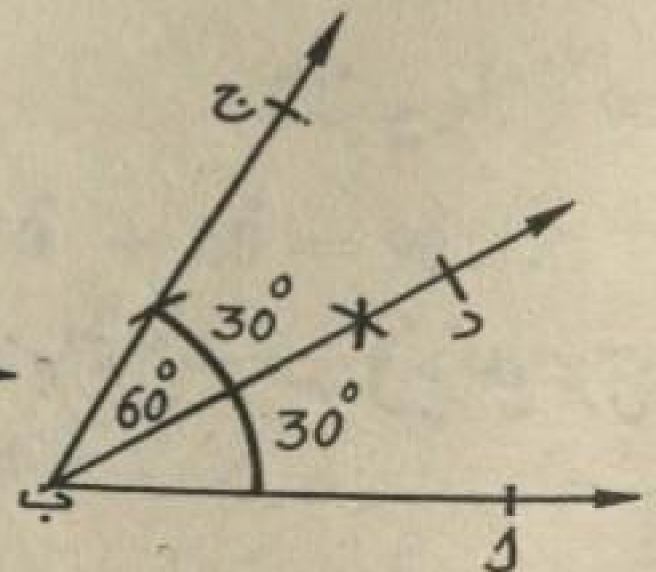
(i) پروٹریکٹر اور مسطر کی مدد سے۔ (ii) مسطر اور پرکار کی مدد سے۔

(i) آپ پروٹریکٹر اور مسطر کی مدد سے کسی دی ہوئی مقدار کا زاویہ بنانا سیکھ آئے ہیں۔ اب ان کے ذریعے کسی دی ہوئی مقدار کے زاویہ کی تنصیف کرنا سیکھیں گے۔

فرض کریں ہمیں 60° کے زاویہ کی تنصیف کرنا ہے۔

اس زاویہ کی تنصیف کرنے کے لیے ہم پروٹریکٹر کو اس طرح رکھتے ہیں



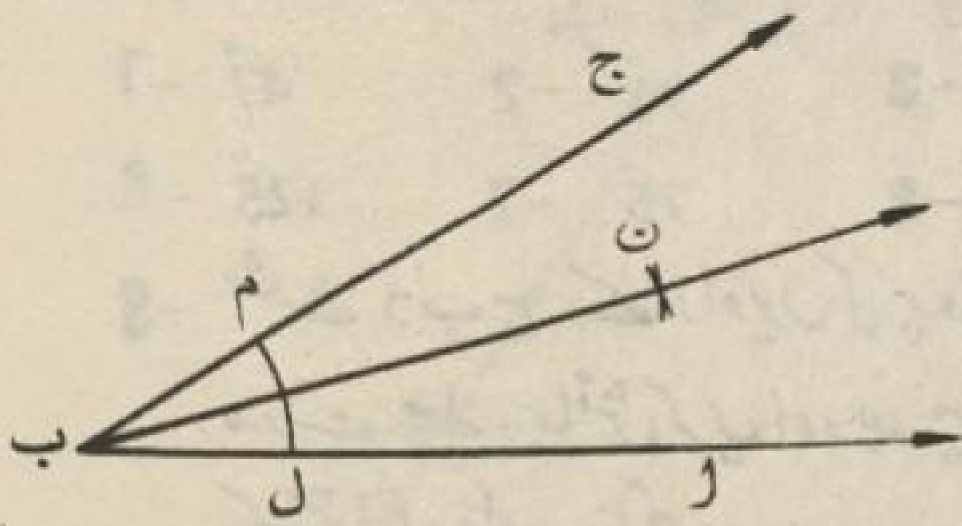


کہ پروٹریکٹر کا مرکز زاویہ کے راس ب پر ہو۔ ایک بازو ب ا 0 کے نشان کی سیدھ میں ہو اور دوسرا بازو ب ج 60° کے نشان سامنے ہو۔ پھر 30° جو کہ 60° کا آدھا ہے، کے نشان کے سامنے بندی لگا کر نقطہ د کی نشان دہی کر دیتے ہیں اور پروٹریکٹر کو اُٹھا کر ب د کھینچ دیتے ہیں۔

ب د زاویہ ا ب ج کی مطلوبہ ناصف ہے۔

(ii) پرکار اور مسطر کی مدد سے دیے ہوئے زاویہ کی تنصیف کرنے کے طریقے کی وضاحت :

مثال : دیے ہوئے زاویہ ا ب ج کی تنصیف کریں۔



عمل : (i) ب کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی قوس لگائی۔ جو زاویہ کے بازوؤں شعاع ب ا اور شعاع ب ج کو نقاط ل اور م پر قطع کرتی ہے۔

(ii) نقاط ل اور م کو باری باری مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دُوسرے کو نقطہ ن پر قطع کریں۔

ب ن کھینچی۔

شعاع ب ن زاویہ ا ب ج کی تنصیف کرتی ہے۔ یعنی

م ا ب̂ ن = م ن ب̂ ج

پس ب ن زاویہ ا ب̂ ج کی مطلوبہ ناصف ہے۔

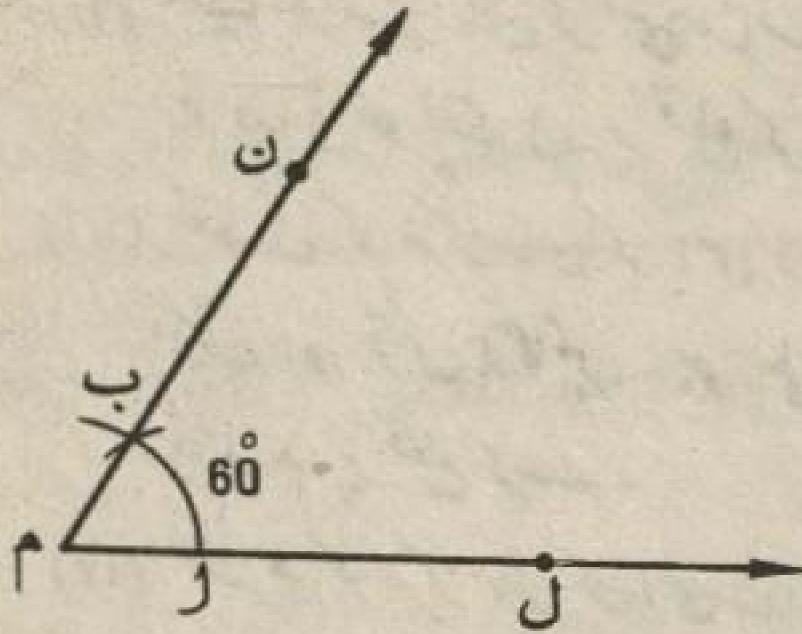
زاویے بنانا

آپ مسطر اور پروٹریکٹر کے ذریعے کسی دی ہُوئی مقدار کا زاویہ بنانا سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم پرکار اور مسطر کی مدد سے 60° ، 30° ، 90° اور 45° کے مقدار کے زاویے بنانے کا طریقہ بیان کرتے ہیں۔

60° کا زاویہ بنانا

عمل : (i) ایک شعاع م ل کھینچیں۔

(ii) م کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی ایک قوس لگائیں۔ جو م ل کو نقطہ ا پر قطع کرتی ہے۔



(iii) د کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں جو پہلی قوس کو نقطہ ب پر قطع کرے۔

(iv) نقاط م اور ب میں سے گزرتی ہوئی شعاع م ن کھینچیں۔

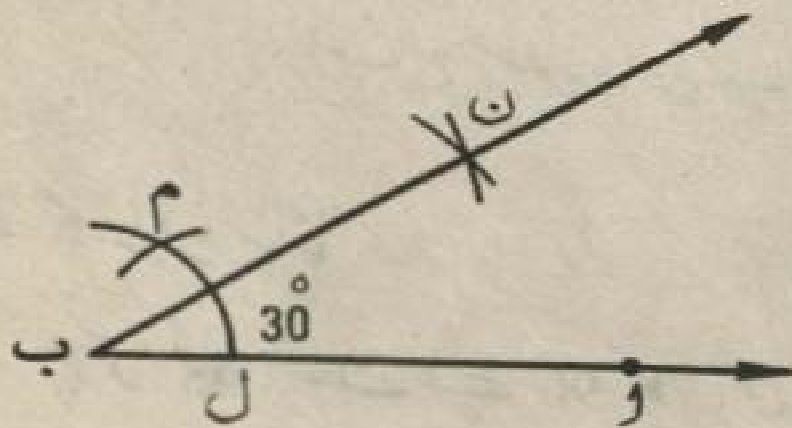
ل م ن مطلوبہ زاویہ ہے۔ جس کی مقدار 60° ہے۔

30° کا زاویہ بنانا

عمل: (i) ایک شعاع ب ا کھینچیں۔

(ii) ب کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی قوس لگائیں جو ب ا کو نقطہ ل پر قطع کرے۔

(iii) نقطہ ل کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں۔ جو پہلی قوس کو نقطہ م پر قطع کرے۔



(iv) نقاط ل اور م کو باری باری مرکز مان کر ایک ہی رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ ن پر قطع کریں۔

نقاط ب اور ن میں سے گزرتی ہوئی شعاع ب ن کھینچیں۔

ا ب̂ ن مطلوبہ زاویہ ہے۔

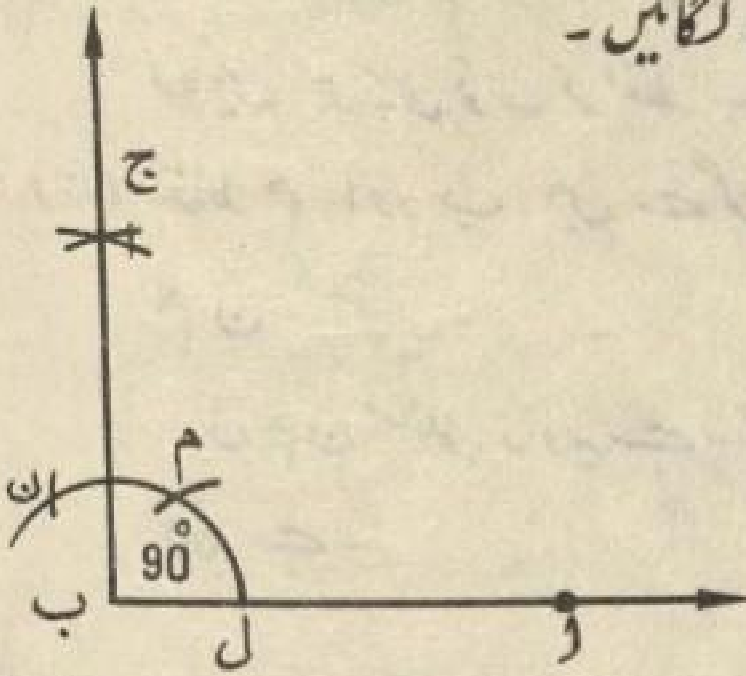
جس کی مقدار 30° ہے۔

90° کا زاویہ بنانا

چونکہ $90^\circ = 60^\circ + 30^\circ$ لہٰذا 60° کا زاویہ بنا کر اس کے ساتھ 30° کا زاویہ بنانے سے 90° کا زاویہ بن جائے گا۔ بنانے کا عمل اگلے صفحہ پر دیا گیا ہے۔

نوٹ: آپ زاویہ کی تنصیف کرنا سیکھ چکے ہیں اور چونکہ 30° نصف ہے 60° کا، اس لیے اگر 60° کی مقدار کا زاویہ بنا کر اس کی تنصیف کر لی جائے تو 30° کی مقدار کا زاویہ بن جائے گا۔

عمل: (i) ب ا کھینچیں۔



(ii) ب کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی قوس لگائیں۔ جو ب ا کو نقطہ ل پر قطع کرے۔

(iii) نقطہ ل کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں۔ جو پہلی قوس کو نقطہ م پر قطع کرے۔

(iv) نقطہ م کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں جو پہلی قوس کو نقطہ ن پر قطع کرے۔

(v) نقاط م اور ن کو باری باری مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی دو قوسیں لگائیں جو ایک دوسرے کو نقطہ ج پر قطع کریں۔

(vi) نقاط ب اور ج میں سے گزرتی ہُوئی شعاع ب ج کھینچیں۔

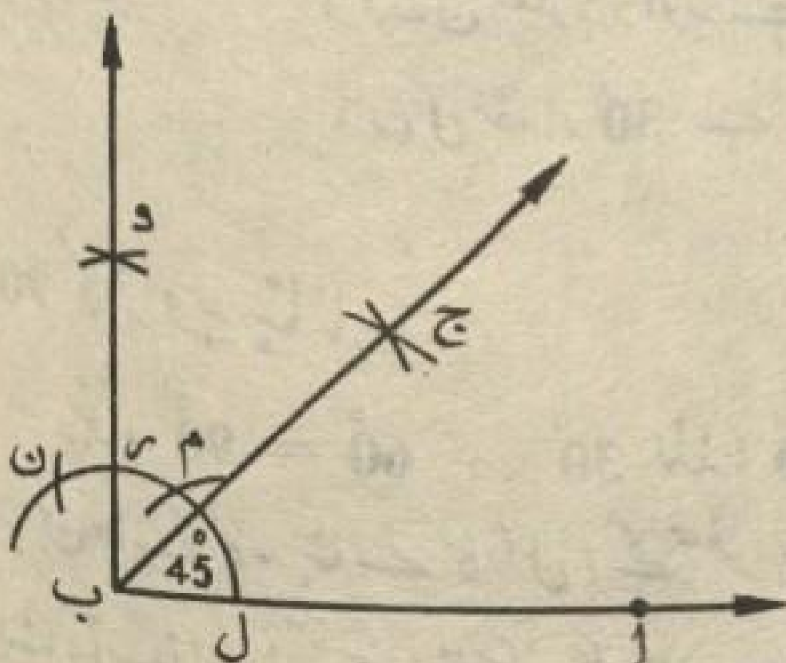
ا ب ج مطلوبہ زاویہ ہے۔ جس کی مقدار 90° ہے۔

45° کا زاویہ بنانا

چونکہ 45° نصف ہے 90° کا، اس لیے ہم ذیل کا عمل کرتے ہیں۔

عمل: (i) ایک شعاع ب ا کھینچیں۔

(ii) نقطہ ب کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس سے قوس لگائیں۔ یہ قوس ب ا کو نقطہ ل پر قطع کرتی ہے۔



(iii) نقطہ ل کو مرکز مان کر اسی رداس کی قوسیں لگائیں جو پہلی قوس کو نقطہ م پر قطع کرتی ہے۔

(iv) نقطہ م کو مرکز مان کر اسی رداس کی ایک اور قوس لگائیں۔ جو پہلی قوس کو نقطہ ن پر کاٹتی ہے۔

(v) نقاط م اور ن کو باری باری مرکز مان کر ایک ہی رداس کی قوسیں لگائیں۔ جو ایک دُوسرے کو نقطہ و پر قطع کرتی ہیں۔

(vi) نقاط ب اور و میں سے گزرتی ہوئی شعاع ب و کھینچیں۔ جو سب سے پہلے والی قوس کو نقطہ س پر قطع کرتی ہے۔

(vii) نقاط ل اور س کو مرکز مان کر کسی مناسب رداس کی قوسیں لگائیں۔ جو ایک دُوسرے کو نقطہ ج پر قطع کرتی ہیں۔

(viii) نقاط ب اور ج میں سے گزرتی ہوئی شعاع ب ج کھینچیں۔

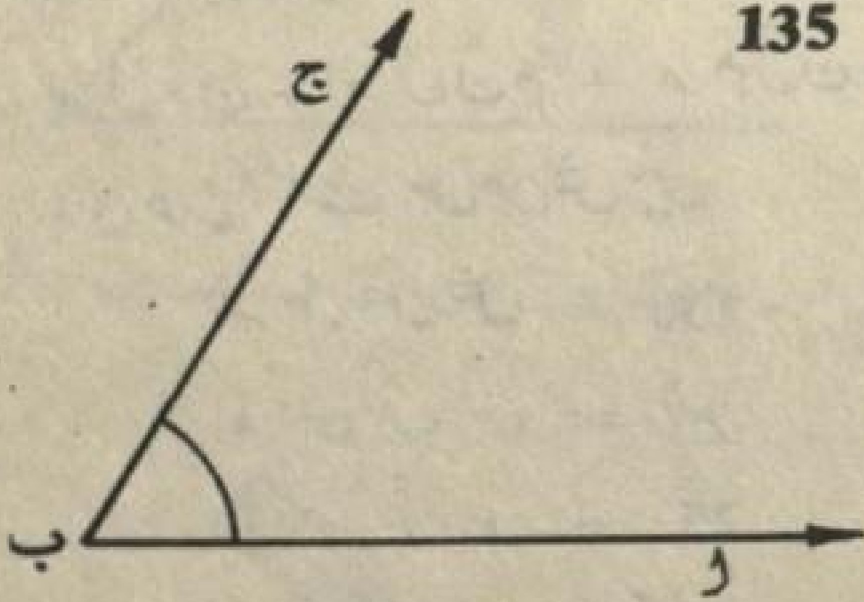
∠ا ب ج مطلوبہ زاویہ ہے۔ جس کی مقدار 45° ہے۔

نوٹ : 90° کا زاویہ بنا کر اس کی تنصیف کرنے سے ہمیں 45° کی مقدار کا زاویہ حاصل ہوتا ہے۔

مشق 8.6

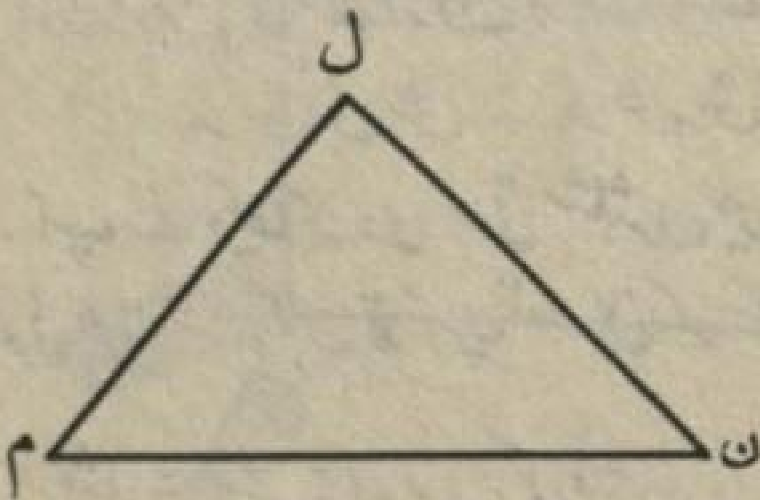
1۔ زاویے بنائیے جن کی مقداریں ذیل میں دی گئی ہیں : (پرکار اور مسطر کا صرف استعمال کریں)

15° ، 45° ، $22\frac{1}{2}$° ، 60° ، 90° ، 120° ، 135°



2۔ زاویہ ا ب ج کی پیمائش کریں اور اس کا ناصف کھینچیں۔

3۔ مثلث ل م ن کے زاویوں ل م ن ، م ن ل اور ن ل م کی پیمائش کریں۔ ان زاویوں کے ناصف کھینچیں۔ کیا تینوں زاویوں کے ناصف ایک ہی نقطہ میں سے گزرتے ہیں؟

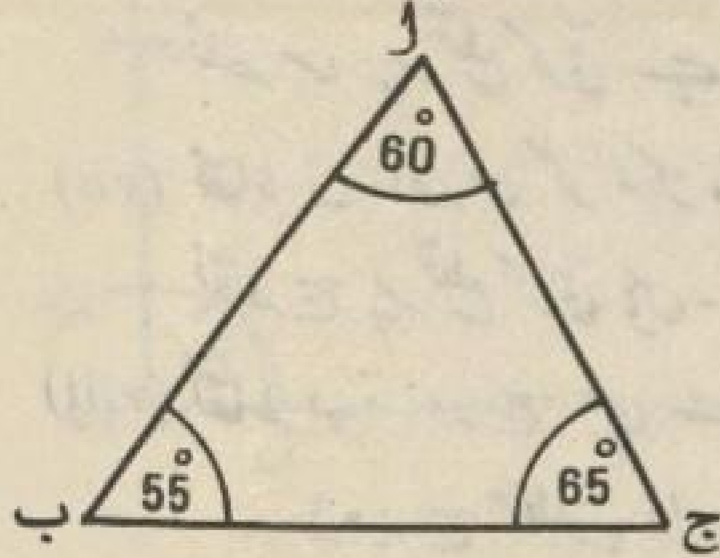


4۔ م ا ب̂ ج = م ک گ̂ ل سے کیا مراد ہے؟

5۔ کیا ج د̂ ل = م ن̂ د درست فقرہ ہے؟ اگر نہیں تو وجہ بیان کرو۔

مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ

ا ب ج ایک مثلث ہے۔ اس کے زاویوں کی مقداروں کی پیمائش مندرجہ ذیل ہے :



م ج اْ ب = 60°

م ج بْ ا = 55°

م ا جْ ب = 65°

زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ =

م ج اْ ب + م ج بْ ا + م ا جْ ب

= 60° + 55° + 65° = 180°

اسی طرح مثلث ل م ن میں

م ل مْ ن = 35°

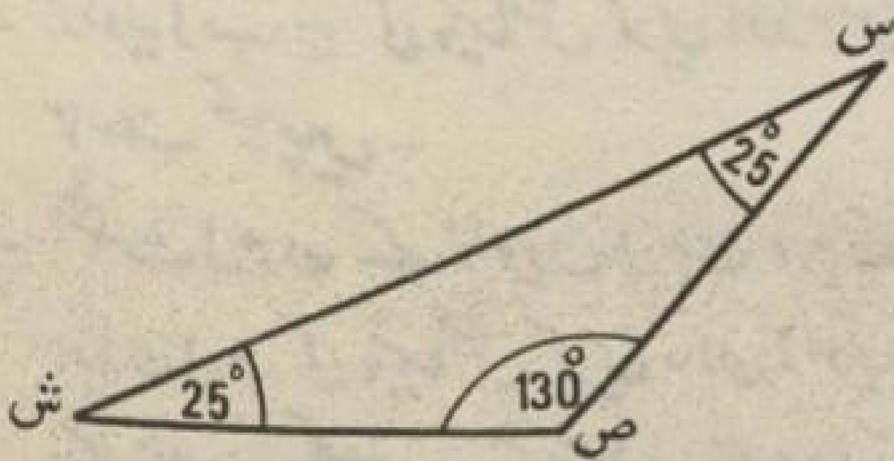
م ل نْ م = 90°

م م لْ ن = 55°

اور زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ =

م ل مْ ن + م ل نْ م + م م لْ ن = 35° + 90° + 55° = 180°

اسی طرح مثلث س ص ش میں



م س صْ ش = 130°

م ش شْ ص = 25°

م ص شْ س = 25°

اور زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ =

م س صْ ش + م ش شْ ص + م ص شْ س = 130° + 25° + 25° = 180°

آپ نے دیکھا کہ دی ہوئی مثلثوں میں سے ہر ایک کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہے۔ اب آپ کوئی بھی مثلث لیں تو آپ تصدیق کر سکتے ہیں کہ اس کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہی ہوگا۔

مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ 180° ہوتا ہے۔

مشق 8.7

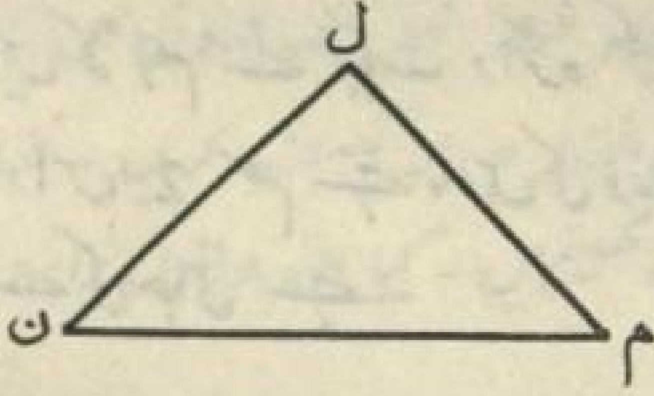
1۔ مندرجہ ذیل فقروں کو مکمل کریں :

(i) زاویہ جس کی مقدار 0° سے زیادہ اور 90° سے کم ہو اُسے ________ زاویہ کہتے ہیں۔

(ii) زاویہ جس کی مقدار 90° سے زیادہ اور 180° سے کم ہو اُسے ________ زاویہ کہتے ہیں۔

(iii) اگر دو زاویے متماثل ہوں تو اُن کی مقداریں ________ ہوتی ہیں۔

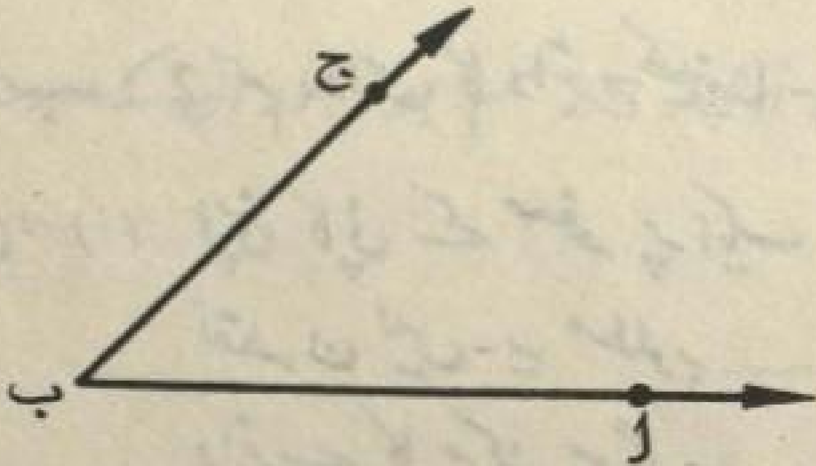
(iv) مثلث کے زاویوں کی مقداروں کا مجموعہ ________ ہوتا ہے۔



2۔ مثلث ل مˆ ن میں

م لˆ = 45° ، م مˆ = 65°

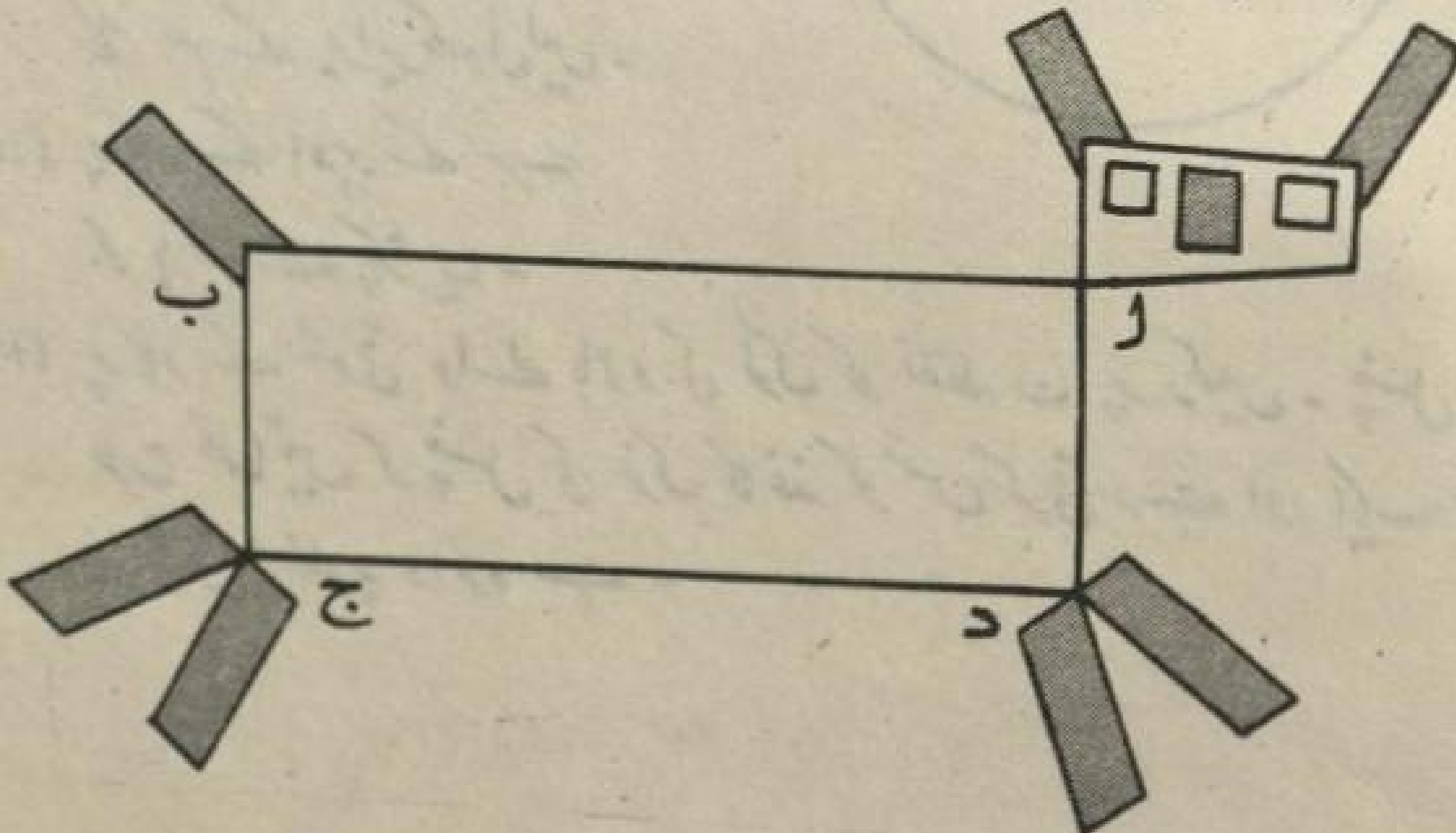
نˆ کی پیمائش کرکے اس کی مقدار معلوم کریں۔



3 ۔ چند زاویے بنائیے اور ان کی پیمائش کیجیے۔

4 ۔ سامنے دیے گئے زاویہ اˆبج کے متماثل زاویہ بنائیے۔

5 ۔ نیچے دی گئی شکل اپنی کاپی پر بنائیں اور زاویوں د ا ب ، ا ب ج ، ب ج د اور ج د ا کی پیمائش کریں

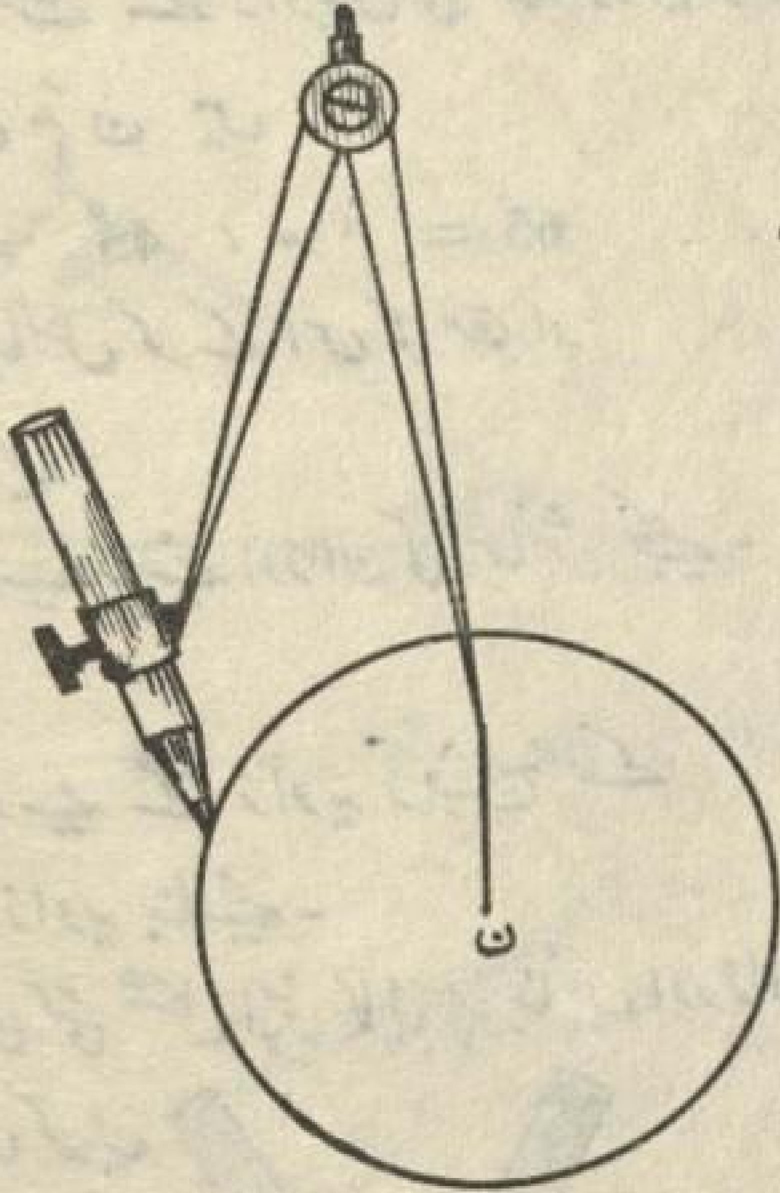


دائرہ کھینچنا

آپ جانتے ہیں کہ دائرہ ایسے نقاط کا سیٹ ہے۔ جس کا ہر نقطہ ایک دِیے ہُوئے نقطہ سے یکساں فاصلے پر ہوتا ہے۔ دیا ہُوا نقطہ دائرے کا مرکز کہلاتا ہے اور مرکز سے دائرے کے کسی نقطہ کے فاصلے کو دائرے کا رداس کہتے ہیں۔

اب ہم پُرکار اور مسطر کی مدد سے دائرہ کھینچنے کا طریقہ سیکھیں گے۔ جبکہ ہمیں دائرے کا رداس دیا گیا ہو۔

فرض کریں کہ ہم نے ایک دائرہ کھینچنا ہے۔ جس کا رداس 2 سم ہے۔ اس کی وضاحت ذیل کے عمل سے کی جاتی ہے۔



مطلوب: 2 سم رداس کا دائرہ کھینچنا۔

عمل: (i) اپنی کاپی کے صفحہ پر ایک نقطہ ن لیں۔ یہ مطلوبہ دائرے کا مرکز ہوگا۔

(ii) پرکار کو مسطر پر رکھ کر 2 سم کے برابر کھول لیں۔

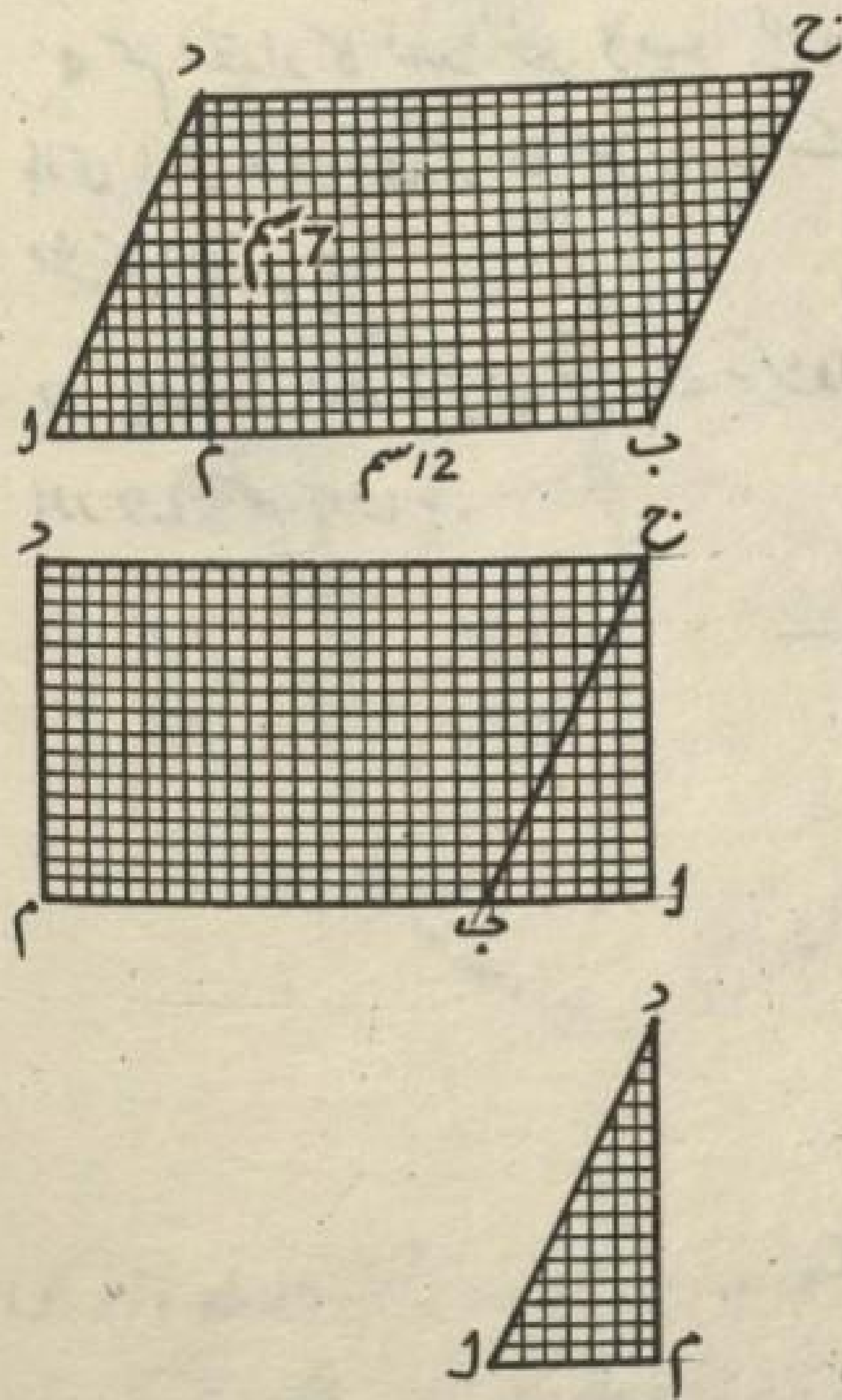
(iii) پرکار کے اُوپر کے سرے کو ہاتھ سے پکڑیں۔

(iv) پرکار کے سُوئی والے بازو کی نوک کو نقطہ ن پر رکھیں۔ پنسل والے بازو کو اس طرح گھمائیں کہ پنسل کی نوک کاغذ کو مَس کرتی رہے اور ایک چکر طے کرلے۔ یہ شکل مطلوبہ دائرہ ہے۔

باب 9

رقبہ، احاطہ اور حجم

کسی علاقہ کی پیمائش کو اس علاقہ کا رقبہ کہتے ہیں۔ مثلاً مستطیلی علاقہ کی پیمائش کو مستطیلی علاقہ کا رقبہ کہتے ہیں۔ آپ پانچویں جماعت میں مستطیلی علاقہ اور قائمۃ الزاویہ مثلثی علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کا طریقہ سیکھ آئے ہیں۔ اب ہم متوازی الاضلاعی علاقہ اور عام مثلثی علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کا طریقہ سیکھیں گے۔



متوازی الاضلاعی علاقہ کا رقبہ

ا ب ج د ایک متوازی الاضلاعی علاقہ ہے۔ اس کے ضلع ا ب کی لمبائی 12 سم ہے اور نقطہ د سے ب ا پر د م عمود ہے۔ جبکہ د م کی لمبائی 7 سم ہے۔ د م ، ب ا کو نقطہ م پر ملتا ہے۔ مثلثی علاقہ ا م د کو کاٹ کر متوازی الاضلاعی علاقہ کے دوسری طرف رکھیں۔ جیسا کہ شکل میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح جو علاقہ حاصل ہوا، اس کی سرحد مستطیل ہے۔

کیا آپ اس علاقے کا نام جانتے ہیں ؟

مستطیلی علاقہ ----------------

ظاہر ہے کہ دونوں علاقے جن کی سرحدیں بالترتیب متوازی الاضلاع اور مستطیل ہیں رقبہ میں

برابر ہیں -

اور آپ پڑھ آئے ہیں کہ

مستطیلی علاقہ کا رقبہ = طول × عرض

اب مستطیلی علاقہ ا م د ج میں

عرض = م $\overline{\text{اج}}$ = متوازی الاضلاع کا عمود*

طول = م $\overline{\text{ام}}$ = متوازی الاضلاع کا قاعدہ

پس متوازی الاضلاعی علاقہ کا رقبہ = عمود × قاعدہ

پیمائش لینے پر عمود = 7 سم

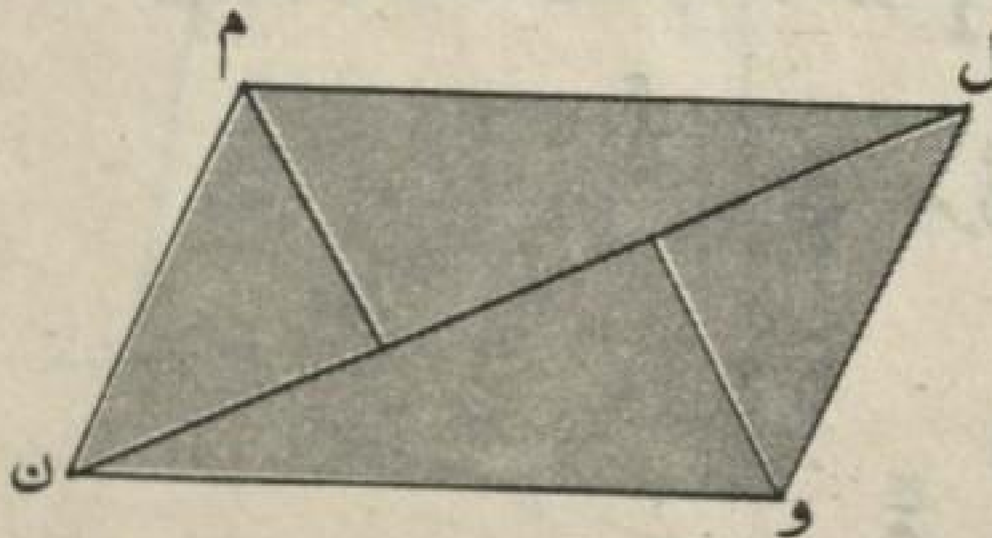
قاعدہ = 12 سم

مستطیلی علاقے میں کل خانے = 84

مستطیلی علاقے کا رقبہ = 84 مربع سم

دیے ہوئے کلیے کے مطابق = 7 × 12 = 84 مربع سم

مثلثی علاقہ کا رقبہ

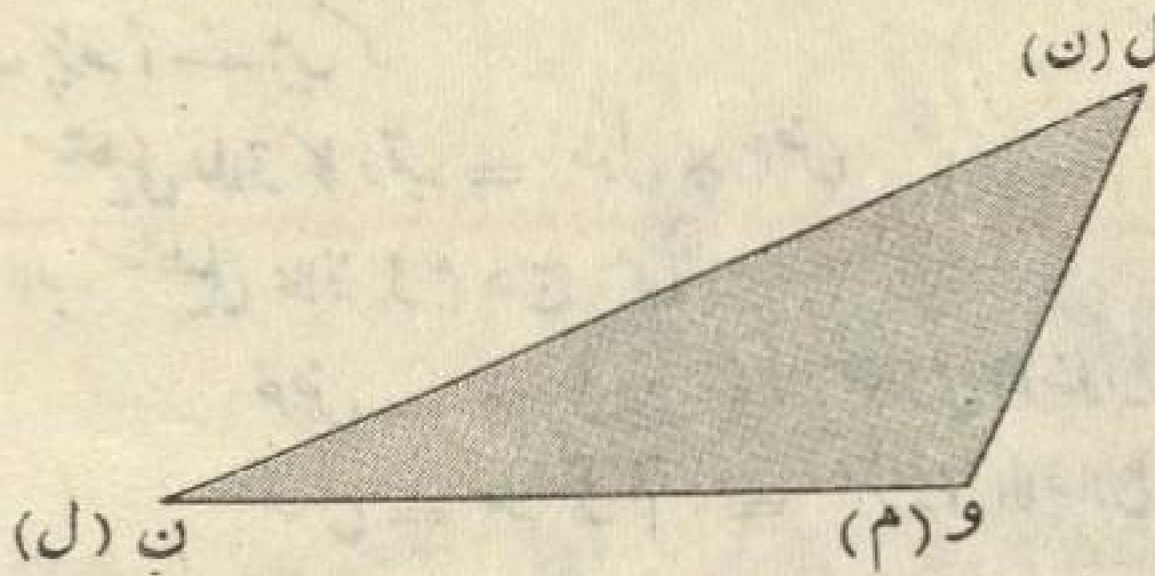


سامنے ایک متوازی الاضلاع علاقہ ل م ن و دکھایا گیا ہے - قطعہ خط ن ل کھینچا گیا ہے -

اس طرح ہمیں دو علاقے حاصل ہوتے ہیں جن کی سرحدیں بالترتیب مثلث ل و ن اور مثلث ل ن م ہیں -

* سہولت کی خاطر یہاں "عمود کی لمبائی" کو "عمود" اور "قاعدہ کی لمبائی" کو "قاعدہ" سے تعبیر کیا گیا ہے -

اب دی ہوئی شکل کو ل ن پر کاٹیں ۔ دونوں حصوں کو ایک دوسرے پر رکھیں۔ جیسا کہ شکل



میں دکھایا گیا ہے ۔

کیا دونوں حصے ایک دوسرے کو پوری طرح ڈھانپ لیتے ہیں ؟ .... ہاں

کیا دونوں مثلثی علاقے رقبہ میں برابر ہیں ؟ .... ہاں

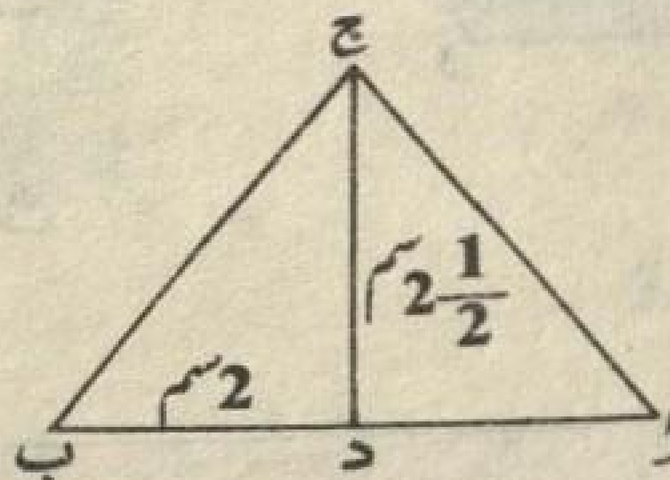
پس مثلثی علاقہ ل و ن اور مثلثی علاقہ ل م ن میں سے ہر ایک کا رقبہ متوازی الاضلاعی علاقہ کے رقبہ سے نصف ہوگا اور ہم پڑھ آئے ہیں کہ

متوازی الاضلاعی علاقہ کا رقبہ = قاعدہ × عمود

پس مثلثی علاقہ ل ن م کا رقبہ = $\frac{\text{قاعدہ} \times \text{عمود}}{2}$

مثال : اگر مثلثی علاقہ کا قاعدہ 2 سم اور عمود $2\frac{1}{2}$ سم ہو تو اس کا

رقبہ = $\frac{\frac{5}{2} \times 2}{2} = \frac{5}{2}$ مربع سینٹی میٹر



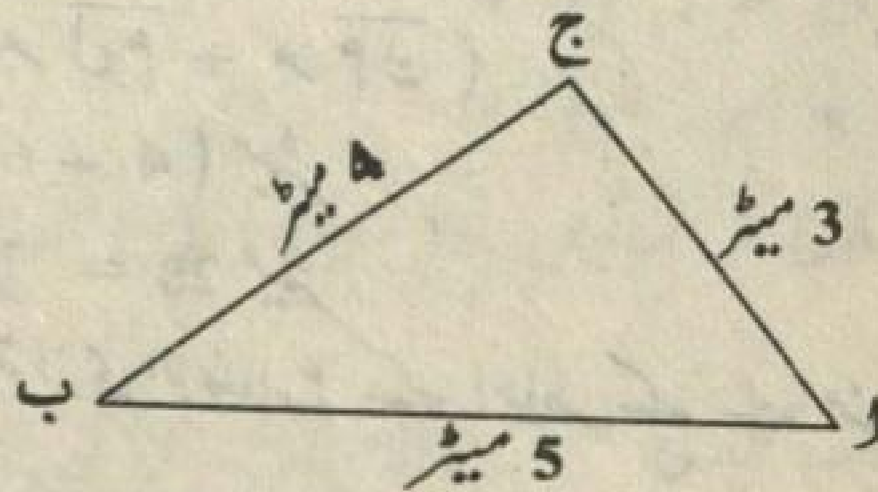
مثلث کا احاطہ

مثلث کے تینوں اضلاع کی مقداروں یا لمبائیوں کے مجموعہ کو مثلث کا احاطہ کہتے ہیں۔

مثال: مثلث ا ب ج کے اضلاع $\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{ب ج}}$ اور $\overline{\text{ج ا}}$ کی لمبائی بالترتیب 5 میٹر، 4 میٹر اور 3 میٹر ہیں۔ مثلث کا احاطہ معلوم کریں۔

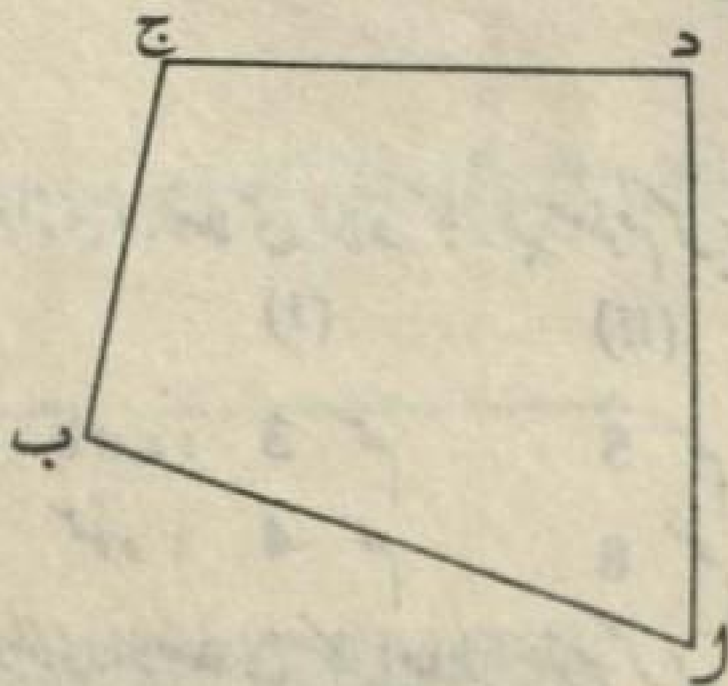
حل: اضلاع کی لمبائیاں 5 میٹر، 4 میٹر اور 3 میٹر ہیں۔

پس مثلث کا احاطہ = 5 + 4 + 3 = 12 میٹر



اس سے پیشتر کہ ہم متوازی الاضلاع کے احاطے کے متعلق پڑھیں، چند ایک باتوں کی وضاحت کر لی جائے جن کا ہم استعمال کریں گے۔

متصلہ اور متقابلہ اضلاع



کسی چوکور کے ایسے دو اضلاع جن کا ایک سِرا مشترک ہو۔ متصلہ اضلاع کہلاتے ہیں۔

چوکور ا ب ج د میں،

$\overline{\text{اب}}$ ، $\overline{\text{ب ج}}$ متصلہ اضلاع ہیں۔ اسی طرح $\overline{\text{ب ج}}$ ، $\overline{\text{ج د}}$ - $\overline{\text{ج د}}$ ، $\overline{\text{د ا}}$ اور $\overline{\text{د ا}}$ ، $\overline{\text{اب}}$ بھی متصلہ اضلاع کے جوڑے ہیں۔

جبکہ چوکور کے کوئی سے دو غیر متصلہ اضلاع متقابلہ اضلاع کہلاتے ہیں۔ چوکور ا ب ج د میں $\overline{\text{اب}}$ اور $\overline{\text{د ج}}$ متقابلہ اضلاع ہیں۔ اسی طرح $\overline{\text{اد}}$ اور $\overline{\text{ب ج}}$ بھی متقابلہ اضلاع ہیں۔ یاد رہے کہ متوازی الاضلاع میں متقابلہ اضلاع متماثل ہوتے ہیں اور متصلہ اضلاع غیر متماثل۔

متوازی الاضلاع کا احاطہ

متوازی الاضلاع کے احاطہ سے مُراد اس کے چاروں اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ ہے۔

مثال: متوازی الاضلاع ل م ن و کا ضلع ل م 6 میٹر اور ضلع م ن 4 میٹر لمبا ہے۔ احاطہ معلوم کریں۔

حل: احاطہ = م ر ل م + م ر م ن + م ر ن و + م ر و ل

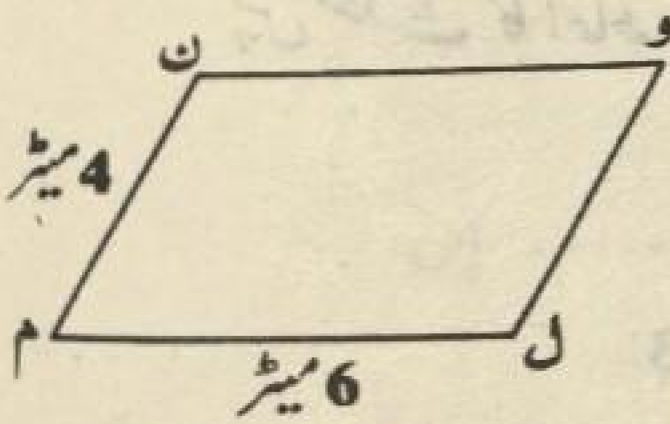
= م ر ل م + م ر م ن + م ر ل م + م ر م ن

= 2 × م ر ل م + 2 × م ر م ن

= 2 × (م ر ل م + م ر م ن)

= 2 × (6 + 4) میٹر

= 2 × 10 = 20 میٹر



اس مثال سے ہمیں متوازی الاضلاع کے احاطہ کے لیے مندرجہ ذیل کلیہ حاصل ہوا:

> **متوازی الاضلاع کا احاطہ = 2 × دو متصلہ اضلاع کی لمبائیوں کا مجموعہ**

مشق 9.1

1 – متوازی الاضلاعی علاقہ کا رقبہ معلوم کریں جبکہ

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
قاعدہ:	3 سم	5 سم	2.5 میٹر	5.4 میٹر	3.4 سم
عمود:	4 سم	8 سم	6 میٹر	8.9 میٹر	7.5 سم

2 – متوازی الاضلاع کا احاطہ معلوم کریں جبکہ

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
ایک ضلع کی لمبائی:	5 میٹر	7 سم	1.5 میٹر	15 سم	12.5 سم
متصلہ ضلع کی لمبائی:	$2\frac{1}{2}$ میٹر	4 سم	1 ہیکٹومیٹر	5 سم	9.5 سم

3 مثلثی علاقہ کا رقبہ معلوم کریں جبکہ

	(i)	(ii)	(iii)	(iv)	(v)
قاعدہ :	8 سم	3.5 سم	36 سم	2.4 سم	9 میٹر
عمود :	6 سم	1.7 سم	18 سم	4.5 سم	4.5 میٹر

4 مثلث کا احاطہ معلوم کریں جبکہ اس کے اضلاع کی لمبائیاں مندرجہ ذیل ہیں :

(i) 5 سم ، 3 سم ، 4 سم

(ii) 3 میٹر ، 6 میٹر ، 7 میٹر

(iii) 12 سم ، 5 سم ، 13 سم

(iv) 8 سم ، 9 سم ، 12 سم

5 – ایک مثلث کے اضلاع کی لمبائیاں 15 میٹر ، 12 میٹر اور 13 میٹر ہیں - اس کا احاطہ معلوم کریں -

6 – مالی نے باغ میں ایک کیاری متوازی الاضلاع شکل کی بنائی - اس کے متصلہ اضلاع کی لمبائیاں 7 میٹر اور 10 میٹر ہیں - اس کا احاطہ معلوم کریں -

مکاں کا تصوّر :

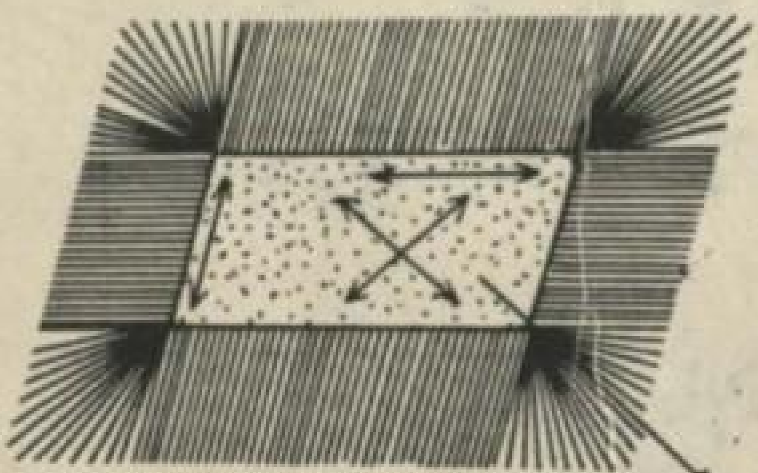
ہم نقطہ ، خط اور مستوی کے تصوّرات سے واقف ہیں اور جانتے ہیں کہ :

← خط پر بے شمار نقاط واقع ہوتے ہیں -

خط کا کوئی سرا نہیں ہوتا -

خط کی لمبائی معلوم نہیں کی جا سکتی -

البتہ قطعاتِ خط کی لمبائیاں معلوم کی جا سکتی ہیں -



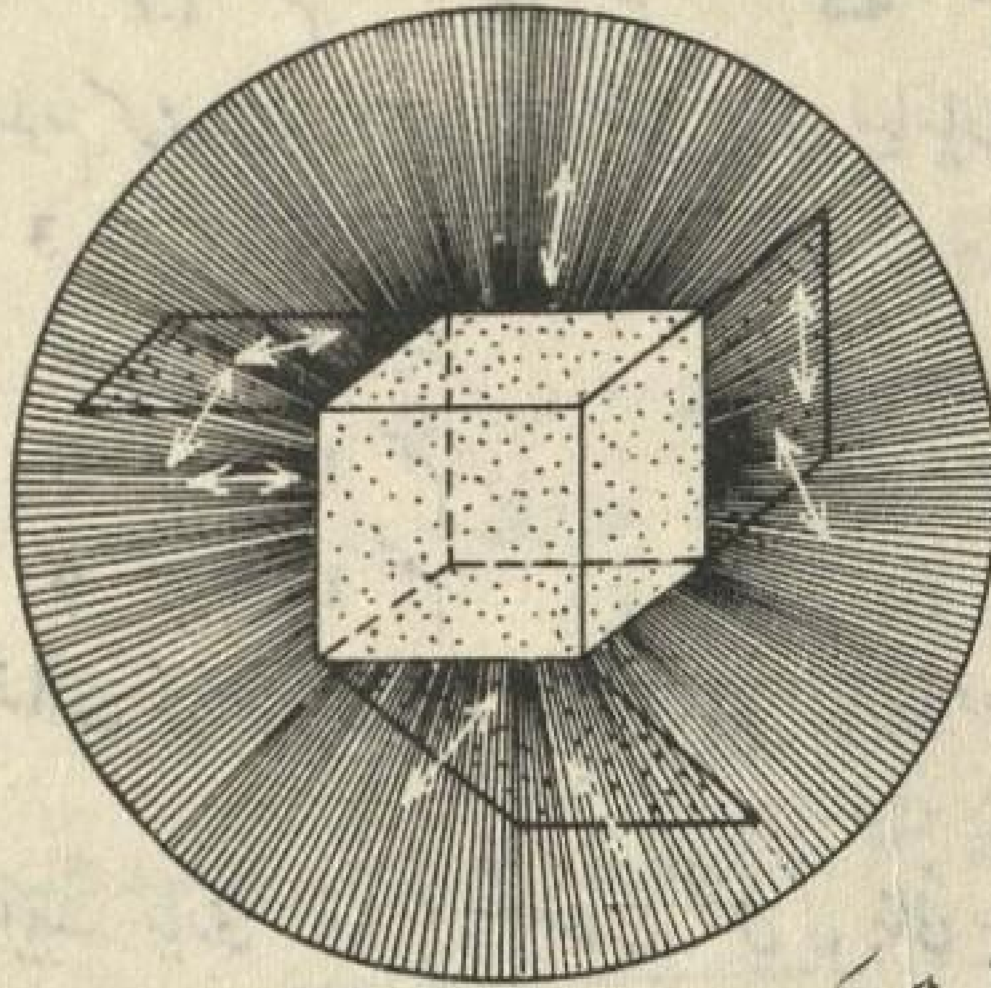
← مستوی پر بے شمار خطوط واقع ہوتے ہیں -

مستوی پر بے شمار نقاط واقع ہوتے ہیں -

مستوی کی کوئی سرحد نہیں ہوتی -

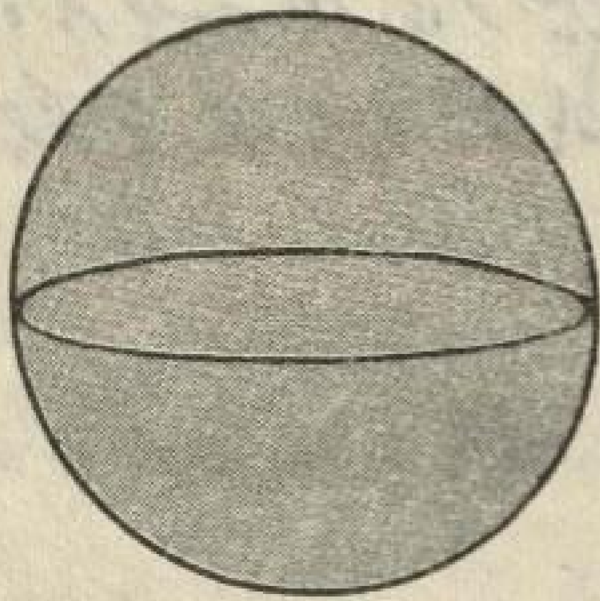
مستوی تمام اطراف سے غیر متناہی ہوتی ہے -

مستوی کی لمبائی ، چوڑائی معلوم نہیں کی جا سکتی ۔
البتہ مستوی پر واقع اشکال کے ضلعوں کی لمبائیاں معلوم کی جا سکتی ہیں ۔
مثلث ، مستطیل ، مربع اور عام چوکور مستوی اشکال کی مثالیں ہیں ۔



اسی طرح ہم تصوّر کرتے ہیں کہ
مکاں میں بے شمار مستویاں واقع ہوتی ہیں ۔
مکاں میں بے شمار خطوط واقع ہوتے ہیں ۔
مکاں میں بے شمار نقاط واقع ہوتے ہیں ۔
مکاں کی کوئی آخری سطح نہیں ہوتی ۔
مکاں تمام اطراف سے غیر متناہی ہوتی ہے ۔
مکاں کی لمبائی ، چوڑائی اور اُونچائی معلوم نہیں کی جا سکتی ۔
البتہ مکاں میں واقع کسی مجسّم کی لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی معلوم کی جا سکتی ہے ۔
مکعب ، مکعب نما مکاں میں واقع مجسمات کی مثالیں ہیں ۔

کُرہ :



سامنے ایک کُرہ کی تصویر ہے۔
گیند، فٹ بال، مالٹا جیسے مجسّمات کُرہ کی مثالیں ہیں۔
کُرہ کی ایک ہی سطح ہوتی ہے جو منحنی ہوتی ہے۔

کھوکھلا کُرہ :

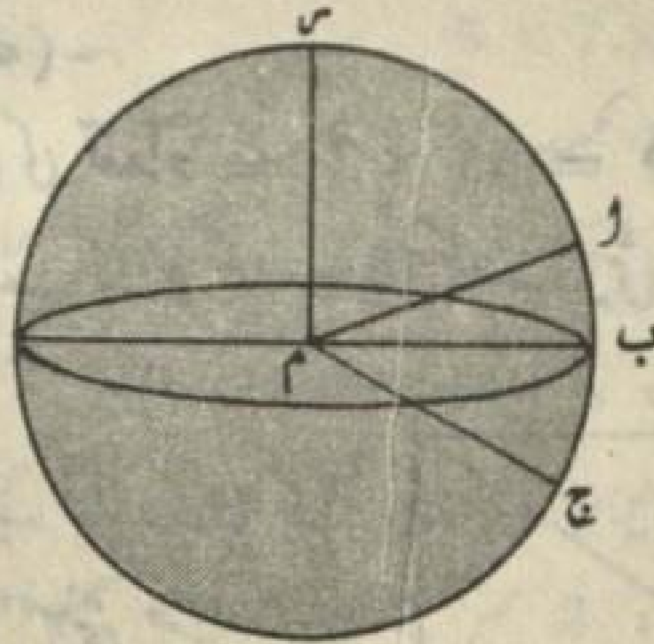
ایسا کُرہ، جس کا اندرُونہ خالی ہو، کھوکھلا کُرہ کہلاتا ہے۔ جیسے گیند، فٹ بال۔ چونکہ اگر انھیں کاٹ کر دیکھیں تو یہ اندر سے خالی ہوتی ہیں۔

ٹھوس کُرہ :

ایسا کُرہ، جس کا اندرُونہ خالی نہ ہو بلکہ وہ اندر سے ٹھوس ہو، ٹھوس کُرہ کہلاتا ہے۔
جیسے مالٹا، گولہ۔

کُرہ کا مرکز :

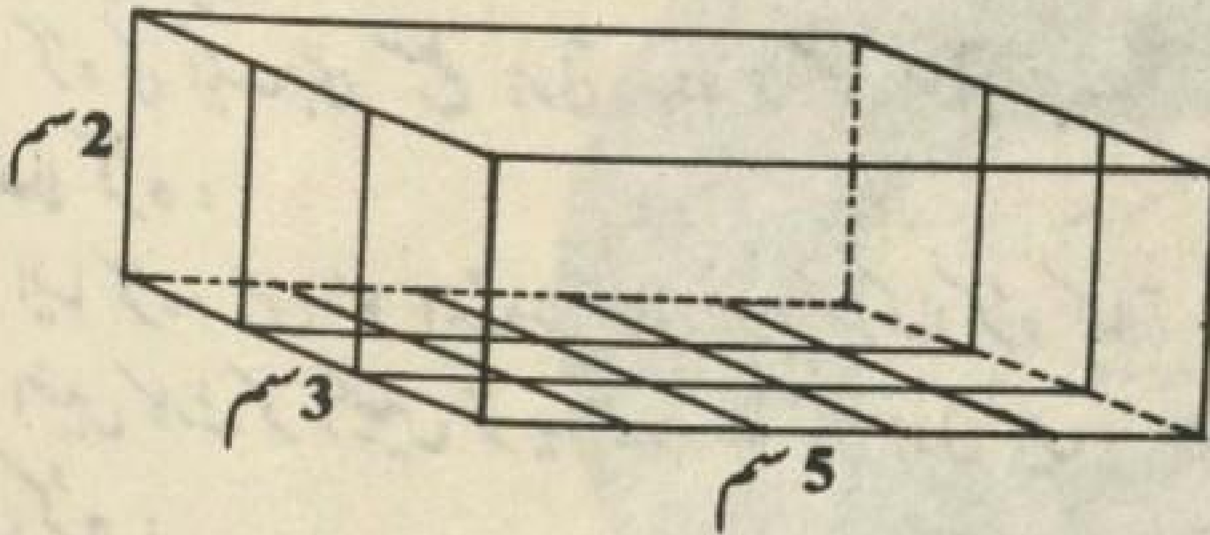
کُرہ کے اندرُونہ میں اگر ایک نقطہ م لیں۔ اس طرح کہ کرُے کی سطح پر واقع کسی بھی نقطہ سے اس نقطہ کا فاصلہ یکساں رہے تو یہ نقطہ م کُرہ کا مرکز کہلائے گا۔



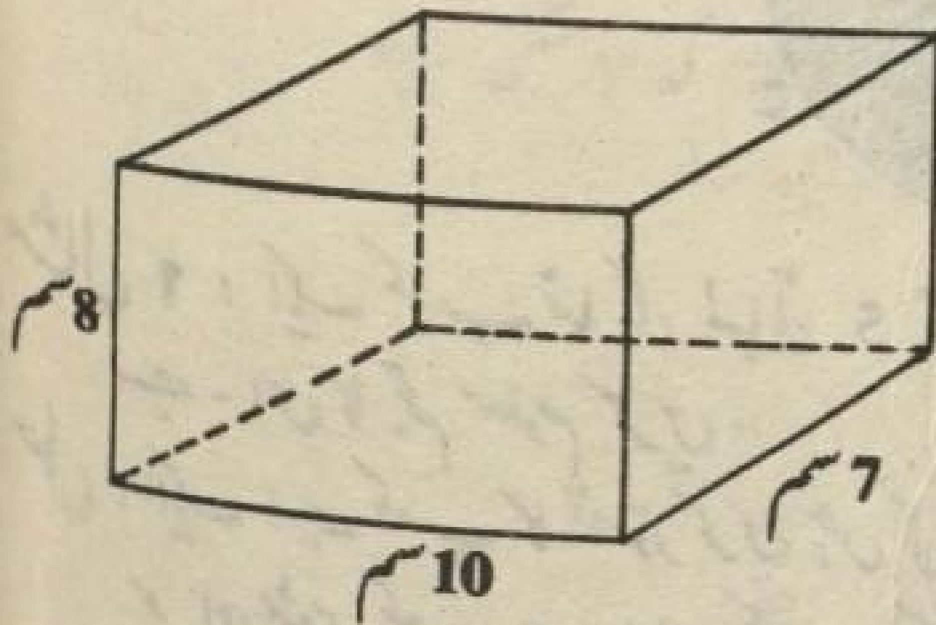
مثال 1 : ایک مکعب نما کی لمبائی 5 سینٹی میٹر، چوڑائی 3 سینٹی میٹر اور اونچائی 2 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا حجم معلوم کریں۔

حل : ایک ایسے مکعب کا تصوّر کریں جس کی لمبائی، چوڑائی اور اُونچائی میں سے ہر ایک 1 سینٹی میٹر ہو اور ٹھوس مکعب ہو۔ ایسے مکعب کے حجم کو 1 مکعب سینٹی میٹر کہتے ہیں۔

اب اگر دیے ہوئے سوال والے مکعب نما میں اس قسم کے چھوٹے مکعب رکھتے جائیں حتّٰی کہ وُہ بھر جائے اور ان کو گنیں تو ہمیں معلوم ہوگا کہ یہ 30 ہیں۔ کیوں ؟
چونکہ تہ میں جب پہلی بار 1 مکعب سینٹی میٹر والے چھوٹے مکعب رکھیں گے تو ایک



قطار میں 5 ہوں گے۔ (مکعب نما کی لمبائی 5 ہے)۔
اس طرح کی 3 قطاریں ہوں گی۔
(مکعب نما کی چوڑائی 3 ہے)۔
لہٰذا اُس میں مکعب سینٹی میٹروں کی تعداد 15 ہوگی۔
لیکن اس کے اُوپر ایک اور تہ رکھی جا سکتی ہے یعنی کل 2 تہیں ہوں گی۔
(مکعب نما کی اُونچائی 2 ہے)۔
لہٰذا کل مکعب سینٹی میٹروں کی تعداد = 2 × 15 = 30
پس ہم کہیں گے کہ اس مکعب نما کا حجم = 30 مکعب سینٹی میٹر



مثال 2 : سامنے ایک مکعب نما دکھایا گیا ہے۔ جس کی لمبائی 10 سینٹی میٹر ، چوڑائی 7 سینٹی میٹر اور اُونچائی 8 سینٹی میٹر ہے۔ اس کا حجم معلوم کریں۔

حل : چھوٹے مکعبوں کی کل کتنی تہیں = 8

ہر تہ میں کتنے چھوٹے مکعب = $10 \times 7 = 70$

کل کتنے چھوٹے مکعب = $(10 \times 7) \times 8$

= 70×8

= 560 مکعب

اِس کا مطلب یہ ہے کہ ایک مکعب سینٹی میٹر کے 560 مکعب اس کے اندر سما سکتے ہیں۔

اُوپر کی مثالوں سے ہم اس نتیجہ پر پہنچتے ہیں کہ کسی مکعب نما کا

جحم = لمبائی × چوڑائی × اونچائی

مکعب میں چونکہ لمبائی، چوڑائی اور اونچائی برابر ہوتی ہے۔ اس لیے

مکعب کا جحم = کنارے کی مقدار × کنارے کی مقدار × کنارے کی مقدار

مثال 3 : مکعب نما کا جحم معلوم کریں جبکہ اس کی لمبائی 6 میٹر، چوڑائی 7 میٹر اور اونچائی 5 میٹر ہو۔

حل : جحم = لمبائی × چوڑائی × اونچائی

= $6 \times 7 \times 5$

= 210 مکعب میٹر

مثال 4 : مکعب جس کا ہر کنارا 6 میٹر ہو، کا جحم معلوم کریں۔

حل : مکعب کا جحم = $6 \times 6 \times 6$ = 216 مکعب میٹر

مثال 5 : ایک قلعہ کی دیوار 4 میٹر لمبی، 3 میٹر چوڑی اور 6 میٹر اونچی ہے۔ اس میں 15 سم لمبی، 8 سم چوڑی اور 6 سم اونچی (یا موٹی) کتنی اینٹیں لگیں گی۔

حل : دیوار کا جحم = $4 \times 3 \times 6 = 72$ مکعب میٹر

اینٹ کی لمبائی = 15 سم = $\frac{15}{100}$ میٹر

اینٹ کی چوڑائی = 8 سم = $\frac{8}{100}$ میٹر

اینٹ کی موٹائی = 6 سم = $\frac{6}{100}$ میٹر

اینٹ کا حجم = $\frac{15}{100} \times \frac{8}{100} \times \frac{6}{100} = \frac{720}{1000000}$ مکعب میٹر

1 اینٹ = $\frac{720}{1000000}$ مکعب میٹر جگہ کے لیے

1 مکعب میٹر جگہ کے لیے = $\frac{1000000}{720}$

72 مکعب میٹر جگہ کے لیے = $\frac{1000000}{720} \times 72$

= 100000 اینٹیں

مشق 9.2

1 - مکعب نما کا حجم معلوم کیجیے جبکہ

(i) لمبائی 5 سم ، چوڑائی 6 سم اور اونچائی 4 سم

(ii) لمبائی 9 سم ، چوڑائی 8 سم اور اونچائی 8 سم

(iii) لمبائی 14 ڈیسی میٹر ، چوڑائی 12 ڈیسی میٹر اور اونچائی 9 ڈیسی میٹر

(iv) لمبائی 5 میٹر ، چوڑائی 6 میٹر اور اونچائی 4 میٹر

2 - مکعب نما کی اونچائی معلوم کیجیے جبکہ اس کا حجم 324 مکعب سم ہے اور

(i) لمبائی 12 سم اور چوڑائی 9 سم

(ii) لمبائی 9 سم اور چوڑائی 3 سم

(iii) لمبائی 3 سم اور چوڑائی 12 سم

3 - مکعب کا حجم معلوم کیجیے جبکہ

(i) ضلع = 4 ڈیسی میٹر

(ii) ضلع = 12 سینٹی میٹر

(iii) ضلع = 15 میٹر

جوابات

مشق 1.1

1 – (i) درست (ii) درست (iii) غلط (iv) غلط
(v) درست (vi) غلط

2 – (i) درست (ii) غلط (iii) غلط (iv) غلط
(v) غلط (vi) درست

3 – (ii)، (iii)، (vi) متناہی (i)، (iv)، (v) غیر متناہی

مشق 1.2

1 – (i) ، (ii) ، (iv) ، (vi) میں دیے گئے سیٹوں کے جوڑوں میں (1 — 1) مطابقت قائم کر سکتے ہیں۔ ان سب میں دو سے زیادہ (1 — 1) مطابقتیں قائم کرنا ممکن ہے۔

2 – (i) اور (ii)، (iii) اور (v)، (iv) اور (viii) میں دیے ہوئے سیٹ باہم مترادف ہیں۔

3 – ϕ ، $\{0\}$ ، $\{1\}$ ، $\{1،0\}$ ، ϕ بھی تحتی سیٹ ہے۔

4 – (i) ، (ii) ، (iii) تحتی سیٹ ہے۔ (iv) تحتی سیٹ نہیں ہے۔

5 – (i) ، (ii) ، (v) ، (vi) ، (vii) ، (viii) درست (iii) ، (iv) ، (ix) غلط

6 – (i) $\not\supseteq$ (ii) $\not\supseteq$ (iii) $\supseteq$ (iv) $\supseteq$ (v) $\supseteq$ (vi) $\supseteq$
(vii) $\not\supseteq$

7- ہاں

8- (i) ، (ii) ، (iii) ، (vii) ، (viii) متراکب (iv) ، (v) ، (vi) غیر مشترک

9- (i) {2} (ii) {2، 4، 6، 8، 10} (iii) {□، △}

(iv) {0، 1، 2} (v) {>، <، ⊆} (vi) میم

(vii) صاد (viii) الف (ix) ϕ (x) ϕ

10- (i) {1، 2، 3، 4، 6} (ii) {1، 2، ...، 10، 12، 14، ...، 20}

(iii) {▱، □، △، ○، ○} (iv) {0، 1، 2، 5، 6، 8} = ب

(v) لام (vi) نون (vii) کاف (viii) ب

(ix) {1−، 0، 1، 2−، 2، 4} (x) صفر کے سوا صحیح اعداد کا سیٹ

11- (i) {÷، −} (ii) {△، ○} (iii) صحیح اعداد کا سیٹ

(iv) {○، 0} (v) { } (vi) {□، △، ○}

(vii) {1، 2، 3} (viii) {0، 1، 2، 3، 5، 7}

مشق 1.3

1- الف، طا اور لام ، با اور کاف ، جیم اور میم ، صاد اور گاف مساوی ہیں۔

2- اشکال خود بنائیں۔

مشق 2.1

1- (i) درست (ii) درست (iii) غلط (iv) غلط

(v) کھلا (vi) کھلا (vii) غلط (viii) غلط

2- (ii) $13 > 9 + \square$ (iii) $18 < 8 - \square$ (iv) $10 = (9-) + \square$

مشق 2.2

1- (i) {12 ،8 ،0} (ii) {8 ،6 ،4 ،2}

(iii) {2 ،1 ،0} (iv) {12 ،8 ،4}

2- (i) {9} (ii) {2} (iii) {4} (iv) {11}

(v) {12} (vi) {10} (vii) {2} (viii) {3}

(ix) {3} (x) {2} (xi) {3} (xii) {5}

(xiii) {24} (xiv) {12−}

مشق 2.3

1- 5 > 7− 2- 1− < 0 3- 10− < 10+

4- 7+ > 10− 5- 25− < 5− 6- 13 > 15−

7- 5− > 6− 8- 5− < 5+ 9- (3+2) > 5−

10- 3+2− > 5− 11- 3− < 0 12- 3 > 0

13- (4÷2)− > 2− 14- 2−9 = 4+3 15- $\frac{1}{8}+1 = 1+4\div\frac{1}{2}$

مشق 3.1

1- (i) {48 ،24 ،16 ،12 ،8 ،6 ،4 ،3 ،2 ،1} (ii) {45 ،15 ،9 ،5 ،3 ،1}

(iii) {64 ،32 ،16 ،8 ،4 ،2 ،1} (iv) {74 ،37 ،2 ،1}

(v) {72 ،36 ،24 ،18 ،12 ،9 ،8 ،6 ،5 ،3 ،2 ،1} (vi) {85 ،17 ،5 ،1}

(vii) {17 ،1} (viii) {89 ،1}

(ix) {59،1}　　(x) {110،55،22،11،10،5،2،1}

(xi) {65،13،5،1}　　(xii) {112،56،28،16،14،8،7،4،2،1}

(xiii) {116،58،29،4،2،1}

2– (i) غلط　(ii) غلط　(iii) درست　(iv) درست

3– 8،4 اور 6 کے عادوں کے سیٹ دیے ہوئے سیٹ کے تحتی سیٹ ہوں گے۔

4–

(i)	(ii)	(iii)	(iv)
4 × 7	6 × 6	24 × 2	7 × 7
2 × 14	18 × 2	16 × 3	
28 × 1	9 × 4	12 × 4	
	12 × 3	8 × 6	
	36 × 1	48 × 1	

(v)	(vi)	(vii)
25 × 5	10 × 11	56 × 2
125 × 1	2 × 55	28 × 4
	5 × 22	14 × 8
	110 × 1	16 × 7
		112 × 1

5– (i) 19 × 2　(ii) 3 × 3 × 5　(iii) 7 × 5 × 2

(iv) 53 × 2　(v) 29 × 2 × 2　(vi) 41 × 5

(vii) 7 × 5 × 3 × 2

6– (i) 7 × 5 × 3 × 3 × 2　(ii) 13 × 5 × 2 × 2 × 2

(iii) 11 × 7 × 5 × 3 × 2　(iv) 17 × 3 × 3 × 3 × 2 × 2 × 2 × 2

(v) 7 × 7 × 5 × 3 × 3 × 2 × 2　(vi) 7 × 5 × 5 × 3 × 3 × 3 × 3

7– (i) غلط　(ii) درست　(iii) درست　(iv) درست

(v) درست

مشق 3.2

1– (i) 3　(ii) 15　(iii) 7　(iv) 5

(v) 1 (vi) 5 (vii) 1 (viii) 1

2 – (i) 11 (ii) 21 (iii) 3 (iv) 14

(v) 5 (vi) 40

3 – 4   4 – 5 کلومیٹر

5 – ہر صورت میں جواب '1' ہے۔   6 – 1

7 – نہیں   8 – نہیں، 2 اور 4 کا عادِ اعظم 2 ہے۔

9 – نہیں   10 – 13 اور 26 کا عادِ اعظم 13 ہے۔

11 – 24   12 – 13 جو کہ 10 سے بقدر 3 بڑا اور 25 سے بقدر 12 چھوٹا ہے۔

مشق 3.3

1 – (i) 5 (ii) 2 (iii) 8 (iv) 15

(v) 27 (vi) 9 (vii) 16

2 – (i) 25 (ii) 19 (iii) 13 (iv) 17

(v) 23 (vi) 43

مشق 3.4

1 – (i) 40 (ii) 60 (iii) 48 (iv) 84

(v) 35 (vi) 30 (vii) 105 (viii) 40

(ix) 36 (x) 110

2 – (i) 100 (ii) 168 (iii) 448 (iv) 576

(v) 450 (vi) 60 (vii) 385

3 – (i) 420 (ii) 5040 (iii) 5100 (iv) 770

4 - (v) 1900 (vi) 960 (vii) 1680 (viii) 25200
(i) 70 (ii) 225 (iii) 1088 (iv) 1120

5 - (v) 6480 (vi) 9900
(i) 35 (ii) 187 (iii) 247 (iv) 851
(v) 1189 (vi) 2279

6 - ہاں　7 - ہاں　8 - 1972　9 - 225　10 - 48

مشق 3.5

1 - 448　2 - 560　3 - 825　4 - 4
5 - 11　6 65　7 - 64

مشق 4.1

1 - $1\frac{2}{3}$　2 - $1\frac{1}{8}$　3 - $1\frac{8}{9}$　4 - $1\frac{29}{30}$
5 - $1\frac{23}{36}$　6 - $5\frac{11}{12}$　7 - $\frac{1}{3}$　8 - $1\frac{3}{56}$
9 - $31\frac{1}{5}$　10 - 6　11 - $2\frac{11}{96}$　12 - $8\frac{5}{18}$
13 - $15\frac{5}{16}$　14 - $\frac{3}{7}$　15 - ہاں ، جمع کی خصوصیات مبادلہ و تلازم
16 - ہاں ، ضرب کی خصوصیات مبادلہ و تلازم　17 - اور　18 - ہاں، خاصیت تقسیمی

مشق 4.2

1 - $1\frac{16}{17}$　2 - $2\frac{5}{6}$　3 - $\frac{9}{14}$　4 - $\frac{13}{18}$

5- 10   6- $6\frac{3}{5}$ 7- $1\frac{5}{37}$ 8- $\frac{7}{12}$

9- 38   10- $4\frac{1}{6}$

مشق 4.3

1- 8000 روپے   2- $\frac{1}{2}$ 3- $\frac{2}{3}$ لیٹر

4- 4 ڈیسی میٹر   2 ڈیسی میٹر   5- 6250 روپے

مشق 4.4

1- 7.2   2- 5.76   3- 8.56   4- 16.852

5- 19.1   6- .0198   7- 11.94   8- 10

9- 9.55   10- 19.461

مشق 4.5

1- 1.198   2- 101.733   3- 864.615   4- 533.917

5- 7.649   6- 0.12   7- 8.45   8- 3.37

9- 0.67   10- 1.03

11- *(i)* .333   *(ii)* .222   *(iii)* .429   *(iv)* .161   *(v)* .235   *(vi)* .316   *(vii)* .727   *(viii)* .667   *(ix)* .889   *(x)* .227

12- 210.44   13- 1057.81   14- 5.85   15- .42   16- 2.65

مشق 4.6

1- 10503 روپے

2-

		2.4
2.2		2.5

3- 15216

4- 0.075 سینٹی میٹر 5- 3 روپے 6- 70 صفحے

7- 48 بچے 8- 83450 ڈیسی میٹر 9- 1.71 کلومیٹر

10- 240 صفحے 11- 327 گز 12- 10.5 لیٹر

مشق 5.1

1- (i) 20 (ii) 30 (iii) 4.4 (iv) 6.635 (v) 550

2- 39° سینٹی گریڈ 3- 75 رنز 4- 104.67 روپے تقریباً 5- 2.64 روپے تقریباً

6- 7.77 روپے تقریباً 7- 58 8- 256 روپے 9- 95.74 روپے تقریباً

مشق 5.2

1- 25 2- 14 روپے 3- 19 کوئنٹل 4- 19 سال 2 ماہ

5- 480 روپے 6- 25 روپے 7- 31 کلوگرام 2 ہیکٹوگرام

8- 215 روپے 9- 35.2 درجے سینٹی گریڈ 10- 22

مشق 6.1

1- (ii) $\frac{40}{100}$ ، 40% (iii) 35 سویں ، $\frac{35}{100}$ (iv) 27 سویں ، 27%

(v) 80 سویں ، $\frac{80}{100}$ (vi) $\frac{15}{100}$ ، 15% (vii) 1 سواں ، 1%

(viii) $\frac{18}{100}$ ، 18%

مشق 6.2

1– $\frac{1}{100}$ 2– $\frac{1}{50}$ 3– $\frac{3}{100}$ 4– $\frac{1}{25}$

5– $\frac{1}{20}$ 6– $\frac{3}{50}$ 7– $\frac{7}{100}$ 8– $\frac{2}{25}$

9– $\frac{9}{100}$ 10– $\frac{1}{10}$ 11– $\frac{3}{20}$ 12– $\frac{1}{5}$

13– $\frac{1}{4}$ 14– $\frac{3}{10}$ 15– $\frac{2}{5}$ 16– $\frac{1}{2}$

17– $\frac{3}{5}$ 18– $\frac{7}{10}$ 19– $\frac{4}{5}$ 20– 1

21– $\frac{1}{40}$ 22– $\frac{1}{30}$ 23– $\frac{51}{800}$ 24– $\frac{1}{12}$

25– $\frac{2}{15}$ 26– $\frac{1}{6}$ 27– $\frac{7}{40}$ 28– $\frac{51}{200}$

29– $1\frac{1}{3}$ 30– $\frac{1}{8}$ 31– $\frac{2}{3}$ 32– $\frac{97}{500}$

33– $\frac{593}{500}$

34– (ii) $\frac{6}{100}$ ، $\frac{3}{50}$ (iii) 10 ، $\frac{1}{10}$ (iv) $3\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{30}$

(v) $\frac{15}{100}$ ، $\frac{3}{20}$ (vi) $\frac{75}{200}$ ، $\frac{3}{8}$ (vii) $8\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{12}$ (viii) 20 ، $\frac{20}{100}$

(ix) $6\frac{1}{4}$ ، $6\frac{1}{4}$

مشق 6.3

1– .01 2– .03 3– .07 4– .15

5– .2 6– .3 7– .09 8– .5

9– .6 10– .7 11– .8 12– .9

13- .05   14- .08   15- 3.25   16- .375

17- .125   18- .095   19- 1.175   20- .195

21- %10   22- %30   23- %3   24- $\%\frac{3}{10}$

25- %11   26- %150   27- %1150   28- %31150

29- %346.2   30- %34620   31- %420   32- %42.5

33- %3462   34- %75   35- %315   36- %31.5

37- (ii) .03 ، $\frac{3}{100}$ (iii) .08 ، $\frac{8}{100}$ (iv) 375 ، %375   (v) $\frac{125}{1000}$ ، 12.5

(vi) $\frac{5}{10}$ ، %50

مشق 6.4

1- %3   2- %7   3- %15   4- %33

5- %67   6- %50   7- %75   8- %80

9- %90   10- %55   11- %60   12- %40

13- %25   14- %20   15- %70   16- %30

17- %35   18- %45   19- %65   20- %15

21- %1   22- %100   23- %62.5   24- %87.5

25- %6.25   26- %18.75   27- %20

مشق 6.5

1- 2   2- 6   3- 15   4- 30

5- 12   6- 250 کا %20   7- 160 کا %60   8- 6 روپے

9- 720 روپے   10- 75

مشق 6.6

1 - 800
2 - 1200
3 - 1500
4 - 200
5 - 80
6 - 500
7 - 60
8 - 75
9 - 60
10 - 400
11 - (ا) 1600 (ب) 48 (ج) 2400 (د) 2500 (ر) 6800 (س) 500
12 - 30 انڈے
13 - 900 نمبر
14 - 900 روپے
15 - 12000 روپے

مشق 6.7

1 - (i) $\frac{11}{100}$ (ii) $\frac{13}{100}$ (iii) $\frac{57}{100}$ (iv) $\frac{7}{20}$
(v) $\frac{5}{2}$ (vi) $\frac{51}{800}$ (vii) $\frac{3}{200}$ (viii) $\frac{11}{20}$
(ix) $\frac{1}{32}$ (x) $\frac{1}{40}$ (xi) $\frac{3}{200}$ (xii) $\frac{3}{8}$

2 - (i) .65 (ii) .07 (iii) 1.05 (iv) 1.17
(v) 2.5 (vi) .375 (vii) 2.13 (viii) .75
(ix) %.0123 (x) .235 (xi) .815 (xii) .0519

3 - (i) %190 (ii) %350 (iii) %24 (iv) %5
(v) %41.5 (vi) %750 (vii) %41.7 (viii) %8150
(ix) %15150 (x) %12.3 (xi) %1 (xii) %850

4 - (i) %9 (ii) %11 (iii) %19 (iv) %119
(v) %25 (vi) %60 (vii) %70 (viii) %65
(ix) %68 (x) %4 (xi) %75 (xii) %14

(xiii) 54% (xiv) 12.5% (xv) $66\frac{2}{3}$% (xvi) 37.5%

(xvii) $41\frac{2}{3}$% (xviii) 180% (xix) 21.25%

5- (i) 120 (ii) 237.5 (iii) 4.1 (iv) 13.5

(v) 2415 (vi) 195 (vii) 300 (viii) 560

(ix) 792 (x) 240

6- 800 روپے 7- 67.50 روپے

مشق 6.8

1- (i) 4 روپے (ii) 10 روپے (iii) 16 روپے (iv) 22 روپے

(v) 270 روپے (vi) 2500 روپے

2- 315 روپے 3- 150 لڑکیاں 4- 30 طلبہ 5- 9600 روپے

6- 225 روپے 7- 12000 روپے 8- 11700 روپے 9- (i) 75 روپے

(ii) 40 روپے (iii) 160 روپے (iv) 300 روپے (v) 306 روپے

10- 15900 11- 1100 روپے 12- 80 مکان

مشق 6.9

1- (i) 25% نفع (ii) 10% نفع (iii) 4% نفع

2- $12\frac{1}{2}$% نقصان 3- $16\frac{2}{3}$% نقصان 4- $33\frac{1}{3}$% نفع

5- 25% نفع 6- 20% نفع 7- 50% نفع 8- 20% نفع

9- 7% نقصان 10- $18\frac{3}{4}$% نفع 11- $4\frac{1}{6}$% نفع

مشق 6.10

1- (i) 4.80 روپے (ii) 10450 روپے (iii) 312 روپے (iv) 133.44 روپے تقریباً
(v) 341.25 روپے (vi) 176 روپے (vii) 9.75 روپے

2- 77 روپے 3- 587.50 روپے 4- 21 روپے

مشق 6.11

1- (i) 1600 روپے (ii) 6000 روپے (iii) 2500 روپے (iv) 25 روپے
(v) 162.50 (vi) 25 روپے

2- 300 روپے 3- 250 روپے 4- 400 روپے 5- 800 روپے

مشق 7.1

1 - (i) نقطہ م باقی دو نقاط ل اور ن کے درمیان ہے۔
(ii) نقطہ ی باقی دو نقاط ک اور ا کے درمیان ہے۔
(iii) (iv) ، (v) اور (vii) میں کوئی نقطہ بھی باقی نقاط کے درمیان میں نہیں ہے۔
(vi) نقطہ ب باقی دو نقاط ا اور ج کے درمیان ہے۔
(viii) نقطہ گ باقی دو نقاط ک اور س کے درمیان ہے۔

2 - (i) ہاں (ii) ہاں (iii) نہیں (iv) ہاں

3 - ہاں ہو سکتے ہیں۔

4 - نقطہ ب باقی دو نقاط ا اور ج کے درمیان ہے۔ م ب ج = 4 سم

5 - ہاں

6 - (i) درست (ii) غلط (iii) غلط (iv) درست

مشق 6.10

1 – (i) 4.80 روپے (ii) 10450 روپے (iii) 312 روپے (iv) 133.44 روپے تقریباً
(v) 341.25 روپے (vi) 176 روپے (vii) 9.75 روپے
2 – 77 روپے 3 – 587.50 روپے 4 – 21 روپے

مشق 6.11

1 – (i) 1600 روپے (ii) 6000 روپے (iii) 2500 روپے (iv) 25 روپے
(v) 162.50 (vi) 25 روپے
2 – 300 روپے 3 – 250 روپے 4 – 400 روپے 5 – 800 روپے

مشق 7.1

1 – (i) نقطہ م باقی دو نقاط ل اور ن کے درمیان ہے۔
(ii) نقطہ ی باقی دو نقاط ک اور ا کے درمیان ہے۔
(iii) ، (iv) ، (v) اور (vii) میں کوئی نقطہ بھی باقی نقاط کے درمیان میں نہیں ہے۔
(vi) نقطہ ب باقی دو نقاط ا اور ج کے درمیان ہے۔
(viii) نقطہ گ باقی دو نقاط ک اور س کے درمیان ہے۔
2 – (i) ہاں (ii) ہاں (iii) نہیں (iv) ہاں
3 – ہاں ہو سکتے ہیں۔
4 – نقطہ ب باقی دو نقاط ا اور ج کے درمیان ہے۔ م $\overline{\text{ب ج}}$ = 4 سم
5 – ہاں
6 – (i) درست (ii) غلط (iii) غلط (iv) درست

7 – ہاں

8 – (i) نقطہ ن خط ل م پر نقطہ م سے پرے واقع ہے۔
نقطہ ل خط ن م پر نقطہ م سے پرے واقع ہے۔

(ii) نقطہ ا خط ک ی پر نقطہ ی سے پرے واقع ہے۔
نقطہ ک خط ا ی پر نقطہ ی سے پرے واقع ہے۔

(iii) ، (iv) ، (v) ، (vii) کوئی بھی ایسا نقطہ نہیں جو کسی نقطہ سے پرے واقع ہو۔

(vi) نقطہ ا خط ب ج پر نقطہ ب سے پرے واقع ہے۔
نقطہ ج خط ا ب پر نقطہ ب سے پرے واقع ہے۔

(viii) نقطہ س خط ک گ پر نقطہ گ سے پرے واقع ہے۔
نقطہ ک خط س گ پر نقطہ گ سے پرے واقع ہے۔

مشق 7.2

1 –

	علامت	شکل
(ii)	$\overline{\text{ا ب}}$	ا ——— ب
(iii)	$\overleftarrow{\text{ا ب}}$	
(iv)	$\overleftarrow{\text{ب ا}}$	ا ←——— ب

2 – (i) ہاں۔ کیونکہ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ اور $\overleftrightarrow{\text{ب ا}}$ نقاط کے مساوی سیٹ ہیں۔

(ii) نہیں۔ $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ کا سرا نقطہ ا ہے جبکہ $\overleftarrow{\text{ب ا}}$ کا سرا نقطہ ب ہے۔

(iii) ہاں۔ کیونکہ $\overline{\text{ا ب}}$ اور $\overline{\text{ب ا}}$ نقاط کے مساوی سیٹ ہیں۔

3 – صرف ایک خط۔ اس خط کے مختلف نام: $\overleftrightarrow{\text{د ص}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{د س}}$

4 – (i) درست (ii) غلط (iii) غلط (iv) درست (v) غلط

5 – (i) کوئی نہیں (ii) ایک (iii) دو

6 – (i) بے شمار (ii) ایک (iii) ایک (iv) چھ

مشق 7.3

1 –

زاویہ	راس	بازو	نصف خط
ان ب	ن	ن ا ، ن ب	ن ا ، ن ب
م س ل	س	س م ، س ل	س م ، س ل
م س ہ	س	س م ، س ہ	س م ، س ہ
م س و	س	س م ، س و	س م ، س و
ل س ہ	س	س ل ، س ہ	س ل ، س ہ
ہ س و	س	س ہ ، س و	س ہ ، س و
ک ص گ	ص	ص ک ، ص گ	ص ک ، ص گ

2 – زاویوں کی تعداد = 12

زاویوں کے نام: ام ل ، ام گ ، ام ک ، ام ن ، ل م گ ، ل م ب

ل م ن ، گ م ب ، گ م ک ، ب م ک ، ب م ن ، ک م ن

3 – ل م ن ، م ن و ، ن و ل ، و ل م

4 – (i) غلط (ii) غلط (iii) درست (iv) درست

5 – 20

مشق 8.4

1 – (i) 28° (ii) 107° (iii) 90°

(iv) 37° (v) 42° (vi) 103°

(vii) 45° (viii) 50° (ix) 53°

(x) 120° (xi) 64°

3 – 49°

4 – 32°

5 – 90°

مشق 8.6

4 - دونوں زاویے مقدار میں برابر ہیں۔
5 - غلط فقرہ ہے۔

مشق 8.7

1 - (i) حادہ (ii) منفرجہ (iii) برابر (iv) 180°
5 - م أ = م ب = م ج = م د = 90°

مشق 9.1

1 - (i) 12 مربع سینٹی میٹر (ii) 40 مربع سینٹی میٹر
(iii) 15 مربع میٹر (iv) 48.06 مربع میٹر
(v) 25.5 مربع سینٹی میٹر
2 - (i) 15 میٹر (ii) 22 سینٹی میٹر (iii) 5 ہیکٹومیٹر
(iv) 40 سینٹی میٹر (v) 44 سینٹی میٹر
3 - (i) 24 مربع سینٹی میٹر (ii) 2.97 مربع سینٹی میٹر
(iii) 324 مربع سینٹی میٹر (iv) 5.4 مربع سینٹی میٹر
(v) 20.25 مربع میٹر
4 - (i) 12 سینٹی میٹر (ii) 16 میٹر (iii) 30 سینٹی میٹر (iv) 29 سینٹی میٹر
5 - 40 میٹر 6 - 34 میٹر

تیار کردہ : پنجاب ٹیکسٹ بک بورڈ، لاہور

منظور کردہ : حکومتِ پنجاب (محکمۂ تعلیم) لاہور

نظرثانی شدہ : قومی ریویو کمیٹی، وفاقی وزارتِ تعلیم و صوبائی رابطہ حکومتِ پاکستان

مطابق مراسلہ نمبر S.O(C)E du 10.8/73 مورخہ 20-11-74

بطور واحد نصابی کتاب برائے مدارس پنجاب

قومی کمیٹی برائے جائزہ کتبِ نصاب کی تصحیح شدہ

قومی ترانہ

پاک سرزمین شاد باد　کشورِ حسین شاد باد
تو نشانِ عزمِ عالی شان　ارضِ پاکستان
مرکزِ یقین شاد باد

پاک سرزمین کا نظام　قوتِ اخوتِ عوام
قوم، ملک، سلطنت　پائندہ تابندہ باد
شاد باد منزلِ مراد

پرچمِ ستارہ و ہلال　رہبرِ ترقی و کمال
ترجمانِ ماضی شانِ حال　جانِ استقبال
سایۂ خدائے ذوالجلال

کوڈ نمبر G-70 . 72460 سیریل نمبر

تاریخ اشاعت	اشاعت اول	تعداد اشاعت	قیمت
مارچ 1984ء	بار اول	80,000	6.05